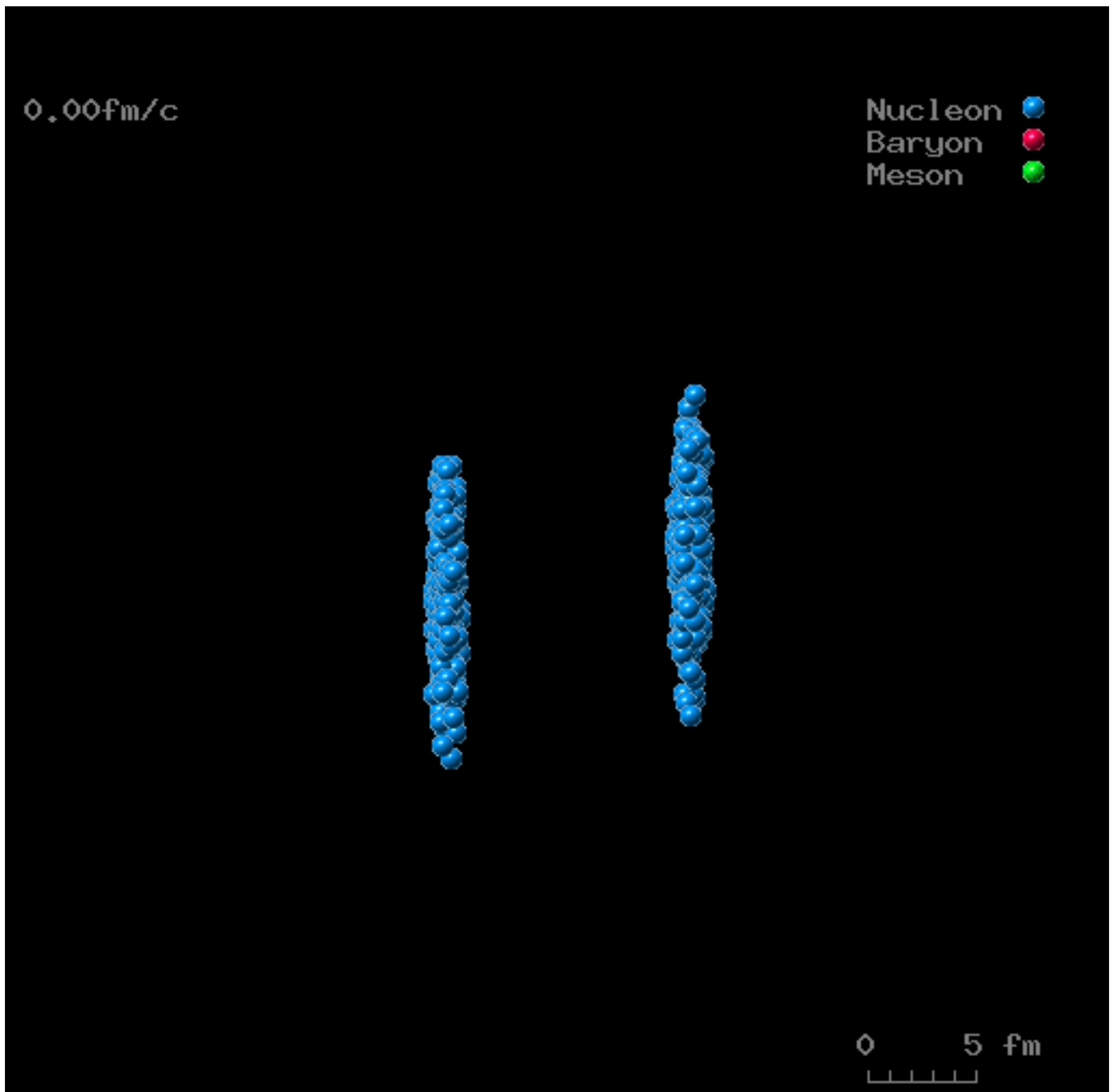
QGP粘性係数導出に向けた Nf=2+1 QCDエネルギー運動量テンソル相関関数の研究

谷口裕介
for
WHOT QCD collaboration

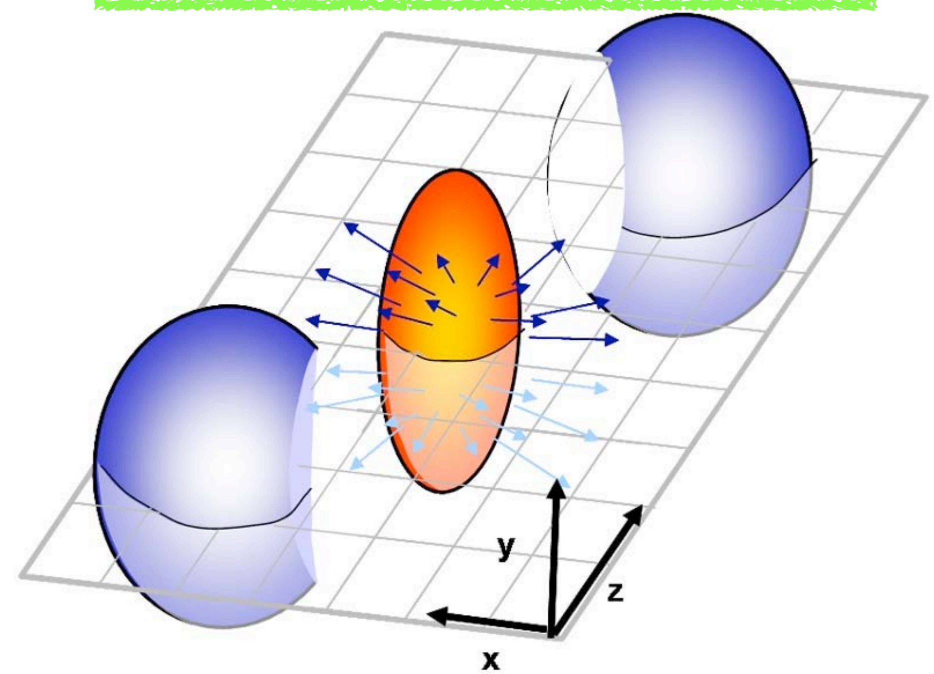
馬場惇, 江尻信司, 金谷和至, 北沢正清, 下条昂礼,
鈴木遊, 鈴木博, Y.T, 梅田貴士

QGPの粘性係数が面白い

- BNL RHIC: 高エネルギー重イオン衝突実験 (2001)



Elliptic flowの発見



- non central collision
- 一様な黒体輻射ではない
- 粒子の運動量分布に系統的な偏り
- QGP中の集団運動のシグナル

QGPの粘性係数が面白い

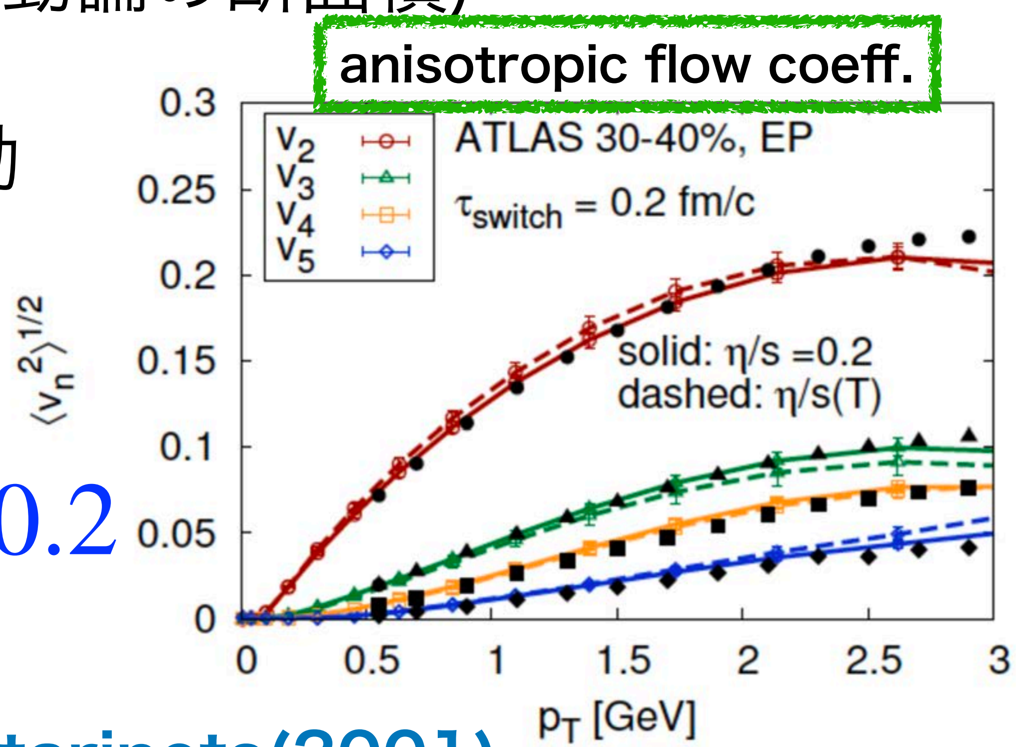
QGP中の集団運動

- 強結合現象である
  - ボルツマン方程式による記述　Molnar, Gyulassy(2002)

  衝突項の散乱断面積=50x(摂動論の断面積)

- 強結合相互作用に基づく集団運動＝流体運動
- 流体模型による記述　Schenke et al(2012)

  粘性が極めて小さい $\frac{\eta}{s} \sim 0.2$



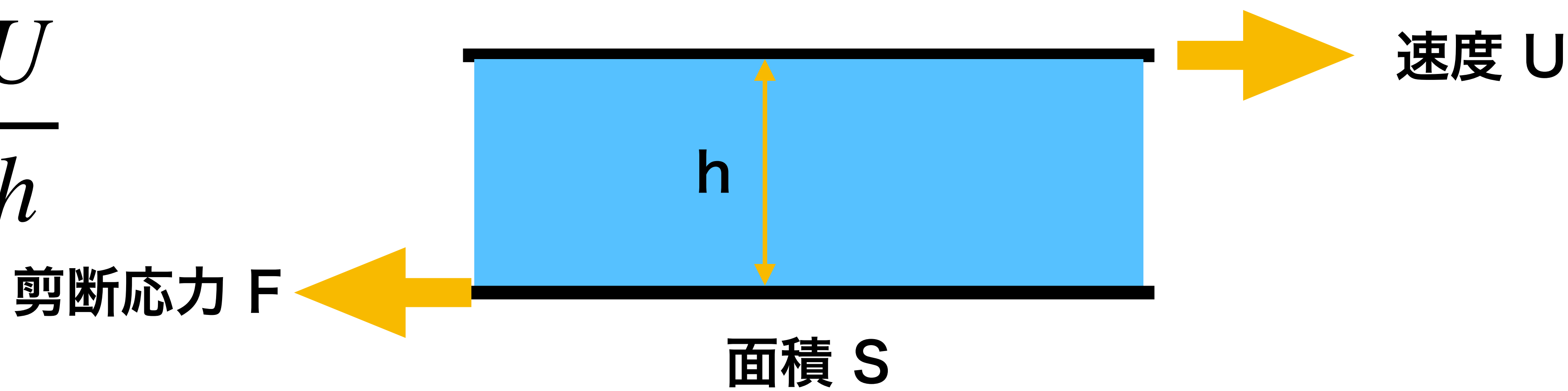
- AdS/CFTによる予言　Policastro, Son, Starinets(2001)

$$\frac{\eta}{s} \sim \frac{1}{4\pi} \sim 0.08$$

場の理論で粘性係数を求めるには？

ずれ粘性: shear viscosity (Wikipedia)

$$\tau = \frac{F}{S} = \eta \frac{U}{h}$$



一般化　$$f_{ij} = \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

体積粘性: bulk viscosity (Wikipedia)

$$f_{ii} = \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$$

場の理論で粘性係数を求めるには？

場の理論における応力＝エネルギー運動量テンソル

保存カレント $$T_{\mu\nu} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial^\mu \phi}\partial_\nu \phi - \eta_{\mu\nu}\mathcal{L}$$

自由ダスト流体系 $$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu$$

各成分の意味

$T^{00} = \gamma \rho u^0 = \epsilon$ **エネルギー密度**

$T^{0i} = \gamma \rho u^i = \pi^i$ **運動量密度**

$T^{11} = \pi^1 v^1$ **単位時間にx方向の単位面積を抜け出す運動量密度**

運動量の時間変化＝力 → **圧力**

$T^{12} = \pi^1 v^2$ **単位時間にy方向の単位面積を抜け出す運動量密度**

→ **応力 f^{12}**

場の理論で粘性係数を求めるには？

計算すべき量 $\langle T^{12}\rangle_\beta = \eta\partial^1 u^2$

並進対称性の保存カレント

エネルギー　運動量

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}$$

剪断応力　圧力

しかし格子上では並進対称性が無い

保存カレントでないので繰り込みが必要

Gradient flowで解決！

Gradient flowとは？

Gradient Flow

Narayanan-Neuberger(2006)
Lüscher(2009–)

ゲージ場のflow

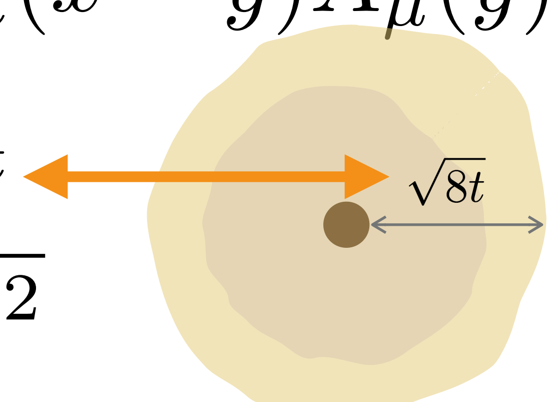
$$\partial_t A_\mu(t,x) = -\frac{\delta S_{\mathrm{YM}}}{\delta A_\mu} \qquad A_\mu(t=0,x) = A_\mu(x)$$

t: flow time, dim=[長さ^2]

拡散方程式の一種 $\partial_t A_\mu(t,x) = D_\nu G_{\nu\mu}$

形式解 $A_\mu(t,x) = \int d^4y K_t(x-y) A_\mu(y) + \text{interactions}$

heat kernel $K_t(x) = \dfrac{e^{-x^2/4t}}{(4\pi t)^{D/2}}$



$\sqrt{8t}$の範囲で
場をsmear

Gradient flowの復習

神的視点

Gradient Flowは繰り込みスキームの一つ！

Narayanan-Neuberger(2006), Lüscher(2010), Lüscher-Weisz(2011)

flowした場 $A_\mu(t,x)$ で作った演算子は

- 紫外発散が無い
- 同一点特異性が無い
- おまえはもう繰り込まれている

scale: $\sqrt{8t}$

吸収

非摂動論的に繰り込まれた演算子

格子上の演算子

flow

$F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu}(x,t)$

Re＜1ー□＞

universal

有限繰り込み

$\overline{\text{MS}}$ scheme

格子作用

格子演算子

の詳細

Tμν を格子で計算する方法?

- 格子上でVEVを計算する

$\boxed{\text{QCD Lagrangianに現れる項}}$

$$\delta_{\mu\nu}F^a_{\rho\sigma}(x)F^a_{\rho\sigma}(x) \qquad \delta_{\mu\nu}\bar{\psi}(x)\overleftrightarrow{\not{D}}\psi(x) \qquad \delta_{\mu\nu}\bar{\psi}(x)\psi(x)$$

$\boxed{\text{traceを取るとQCD Lagrangianになる項}}$

$$F^a_{\mu\rho}(x)F^a_{\nu\rho}(x) \qquad \bar{\psi}(x)\left(\gamma_\mu\overleftrightarrow{D}_\nu + \gamma_\nu\overleftrightarrow{D}_\mu\right)\psi(x)$$

- 繰り込む $\boxed{\text{1. Matching係数を掛ける}}$

$\boxed{\text{2. 連続極限a→0を取る}}$

$\boxed{\text{3. t→0極限を取る}}$

H.Suzuki, PTEP 2013, 083B03 (2013)

Makino-Suzuki, PTEP 2014, 063B02 (2014)

$\boxed{\text{Irrelevant演算子との混合を解消する}}$

$$\{T_{\mu\nu}\}(x,t,a) = \{T_{\mu\nu}\}_{\mathrm{WT}}(x) + \cancel{t(\text{dim6 operator})}$$

場の理論で粘性係数を求めるには？

計算すべき量　$\left\langle T^{12}(x) \right\rangle_\beta$

しかし熱平衡系では　$\langle T^{12} \rangle_\beta = 0$

流体は非平衡

非平衡効果を実時間形式の外場として取り入れる

外場として導入された揺らぎからの緩和過程を見る

$$\langle \Delta \hat{T}_{ij}(t,\vec{x}) \rangle_{\mathrm{neq}} = -\int_0^t ds \int d^3x' \underbrace{\int_0^\beta d\tau \langle \Delta \hat{T}_{ij}(s-i\tau,\vec{x}) \Delta \hat{T}_{kl}(0,\vec{x}') \rangle_\beta}_{} \partial_k u_l(\vec{x}')$$

久保の応答関数

ずれ粘性

$$\eta = -\int_0^\infty dt \int d^3x' \int_0^\beta d\tau \langle \Delta \hat{T}_{12}(t-i\tau,\vec{x}) \Delta \hat{T}_{12}(0,\vec{0}) \rangle_\beta$$

- 並進対称性

スペクトル関数

$\boxed{\text{久保の応答関数は格子上では計算できない}}$ $\int_0^\beta d\tau \langle \Delta\hat{T}_{ij}(t-i\tau,\vec{x})\Delta\hat{T}_{kl}(0,\vec{0})\rangle_\beta$

$\boxed{\text{解析接続を使ってEuclid空間上の相関関数に変換する}}$

$\boxed{\text{間を取り持つもの＝スペクトル関数}}$

$$\rho(k) = \int d^4x e^{-ikx} \left\langle \left[T_{12}(x), T_{12}(0) \right] \right\rangle_\beta$$

$\boxed{\text{shear viscosity}}$

$$\eta = \int_0^\infty dt \int d^3x' \int_0^\beta d\tau \langle \Delta\hat{T}_{12}(t-i\tau,\vec{x})\Delta\hat{T}_{12}(0,\vec{0})\rangle_\beta$$

$$= \lim_{k_0\to 0} \frac{\rho(k_0,\vec{0})}{2k_0}$$

格子計算の問題点

スペクトル関数

$$\int d^3x \langle \hat{\phi}(-i\tau, \vec{x}) \hat{\phi}(0, \vec{0}) \rangle_\beta = \int_0^\infty \frac{dk_0}{2\pi} \frac{\cosh k_0 \left(\tau - \frac{\beta}{2}\right)}{\sinh k_0 \frac{\beta}{2}} \rho(k_0, \vec{0})$$

$$\eta = \lim_{k_0 \to 0} \frac{\rho(k_0, \overrightarrow{0})}{2k_0}$$

τ は離散化された有限個の点 → 病的な逆解き問題

スペクトル関数のモデル化で回避

Breit-Wigner ansatz

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{F}{1 + b^2(\omega - \omega_0)^2} + \frac{F}{1 + b^2(\omega + \omega_0)^2}$$

hard thermal loop ansatz

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{\frac{\eta}{\pi}}{1 + b^2\omega^2} + \theta(\omega - \omega_0) \frac{A\omega^3}{\tanh \frac{\omega}{4T}}$$

Whats' new?

- Gradient Flowを使って格子上のエネルギー運動量テンソルを定義する

  格子上の非摂動論的な繰り込みを与える

- Nf=2+1 QCDへの応用

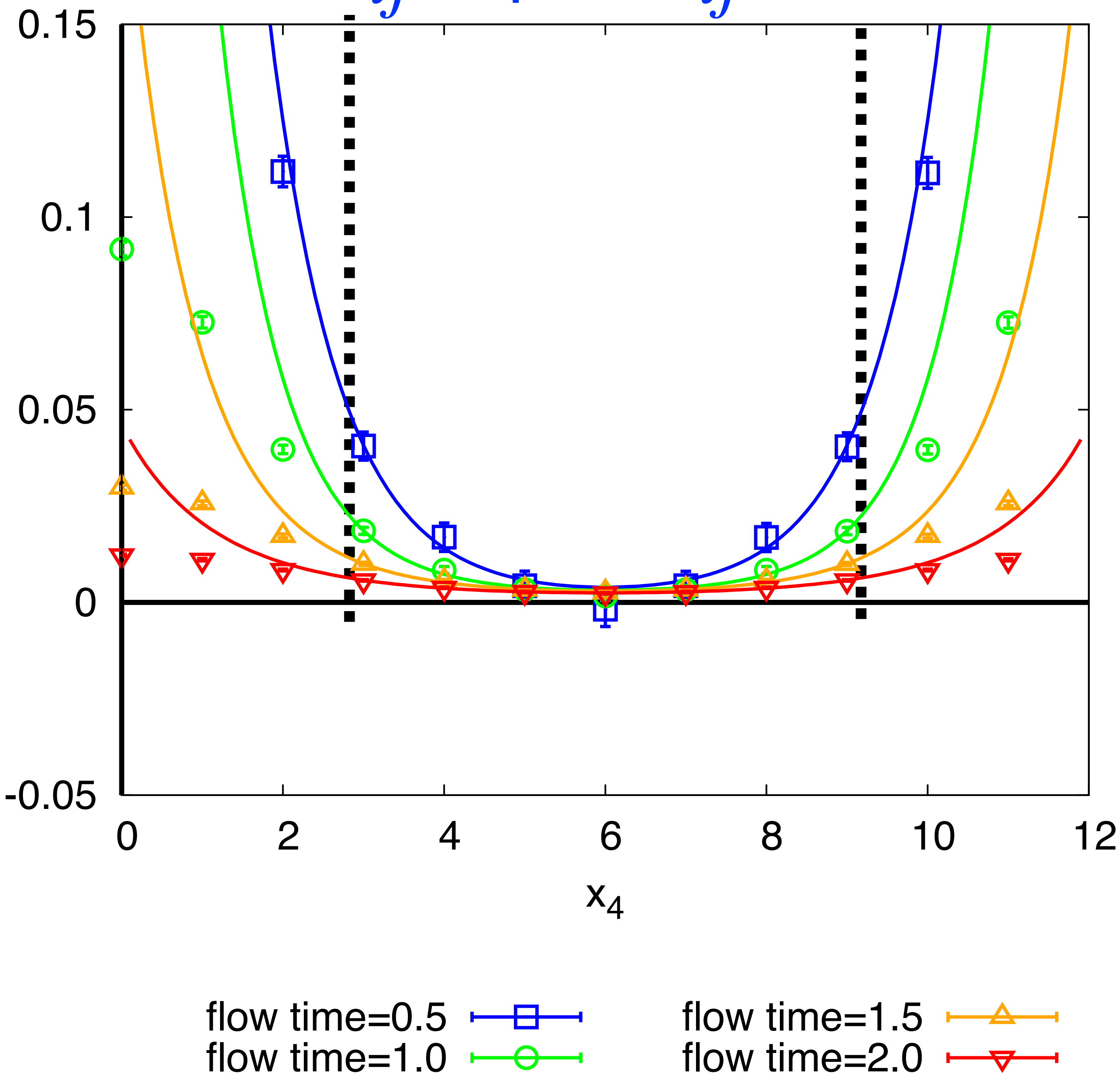
  本邦初公開

  - a∼0.07 [fm], heavy ud quark $\frac{m_\pi}{m_\rho} \sim 0.6$
  - T=174ー464 MeV

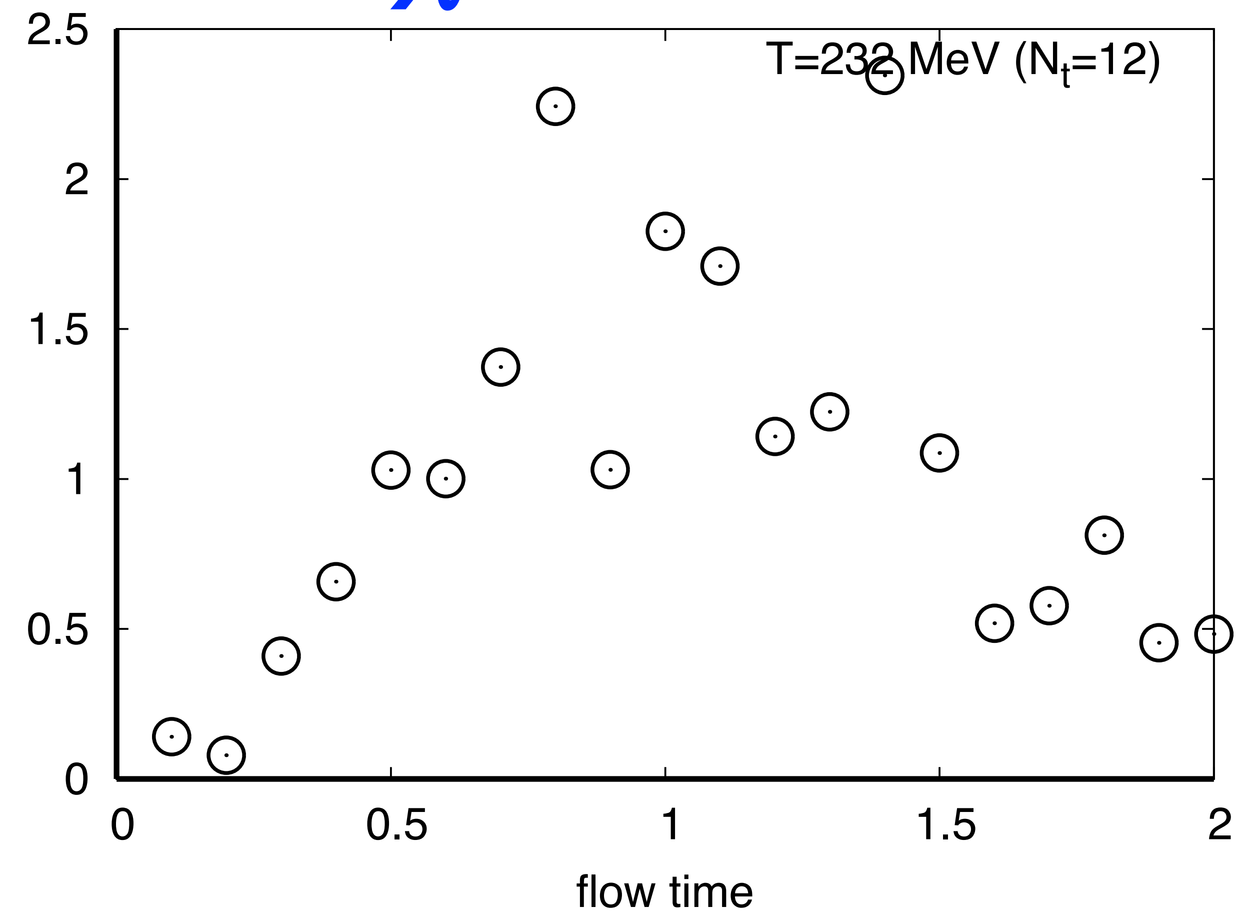
Shear viscosity

Breit-Wigner ansatz   T=232 MeV (Nt=12)

$\langle \Delta T_{ij}(x_4) \Delta T_{ij}(0) \rangle$



χ^2/dof



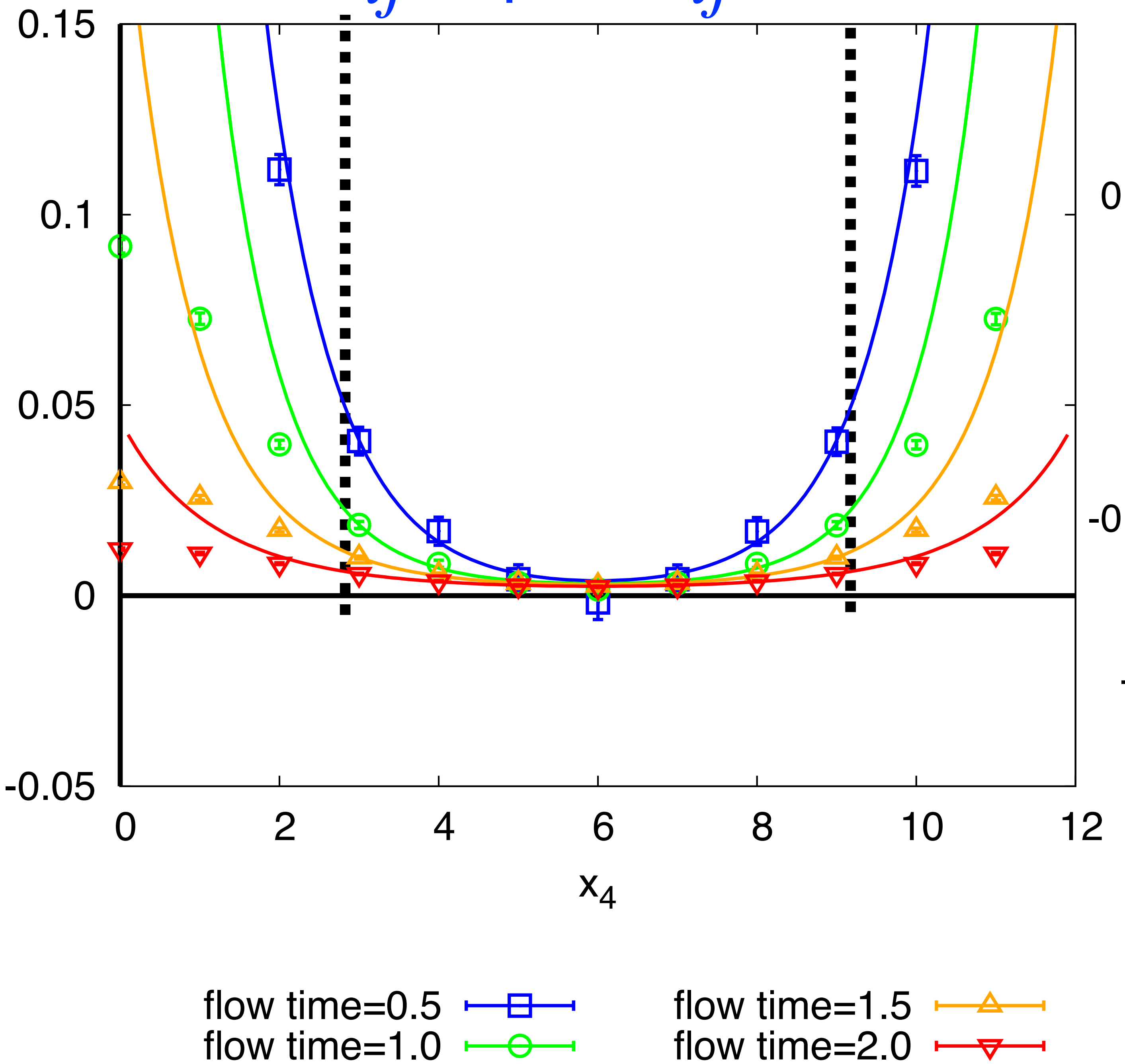
flow time

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{F}{1 + b^2(\omega - \omega_0)^2} + \frac{F}{1 + b^2(\omega + \omega_0)^2}$$

Shear viscosity

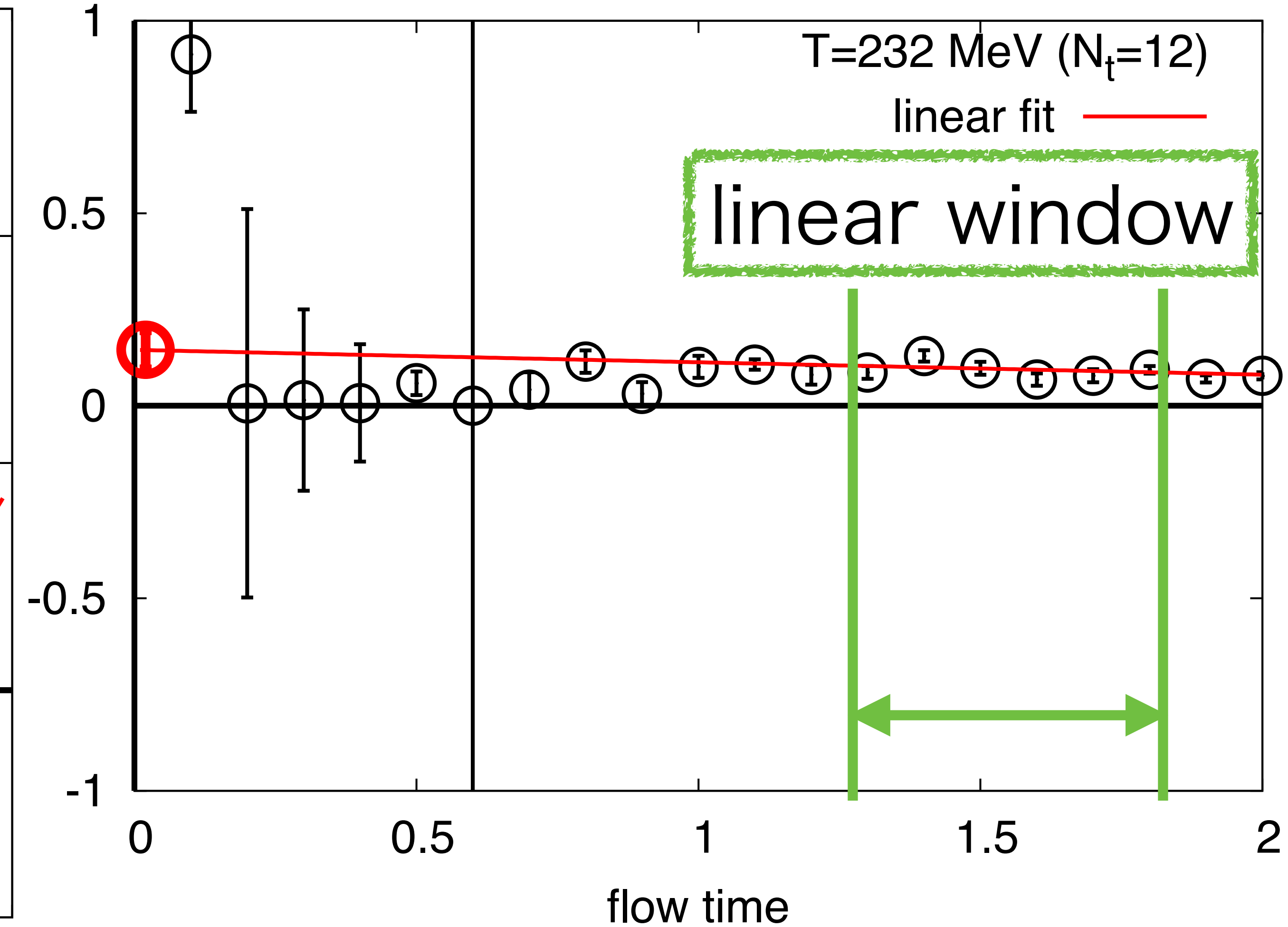
Breit-Wigner ansatz

$$\langle \Delta T_{ij}(x_4)\Delta T_{ij}(0)\rangle$$



T=232 MeV (Nt=12)

$$\frac{\eta}{s} \qquad \eta = \frac{F}{1 + b^2\omega_0^2}$$

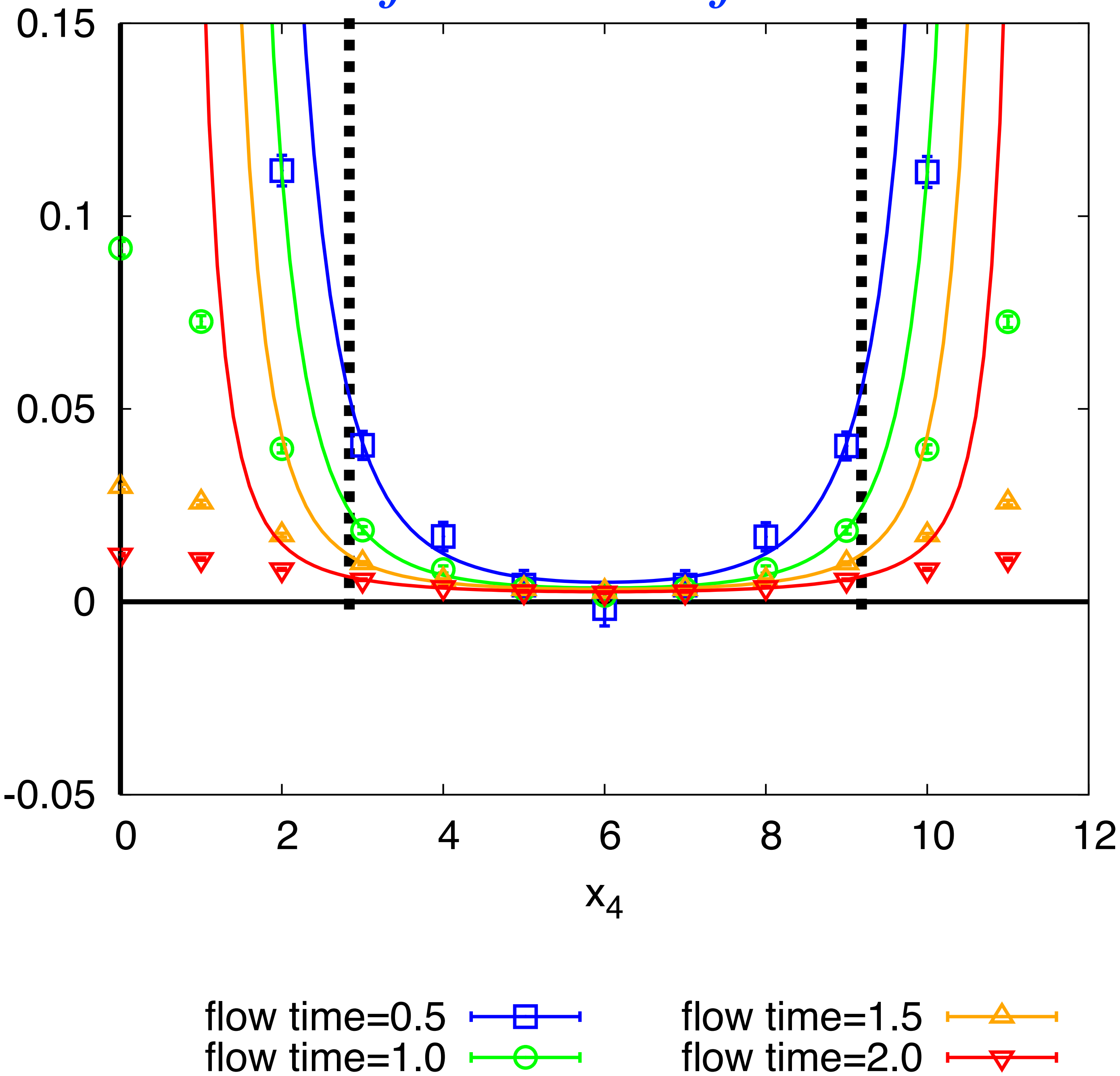


$$\frac{\eta}{s} = 0.145(51)$$

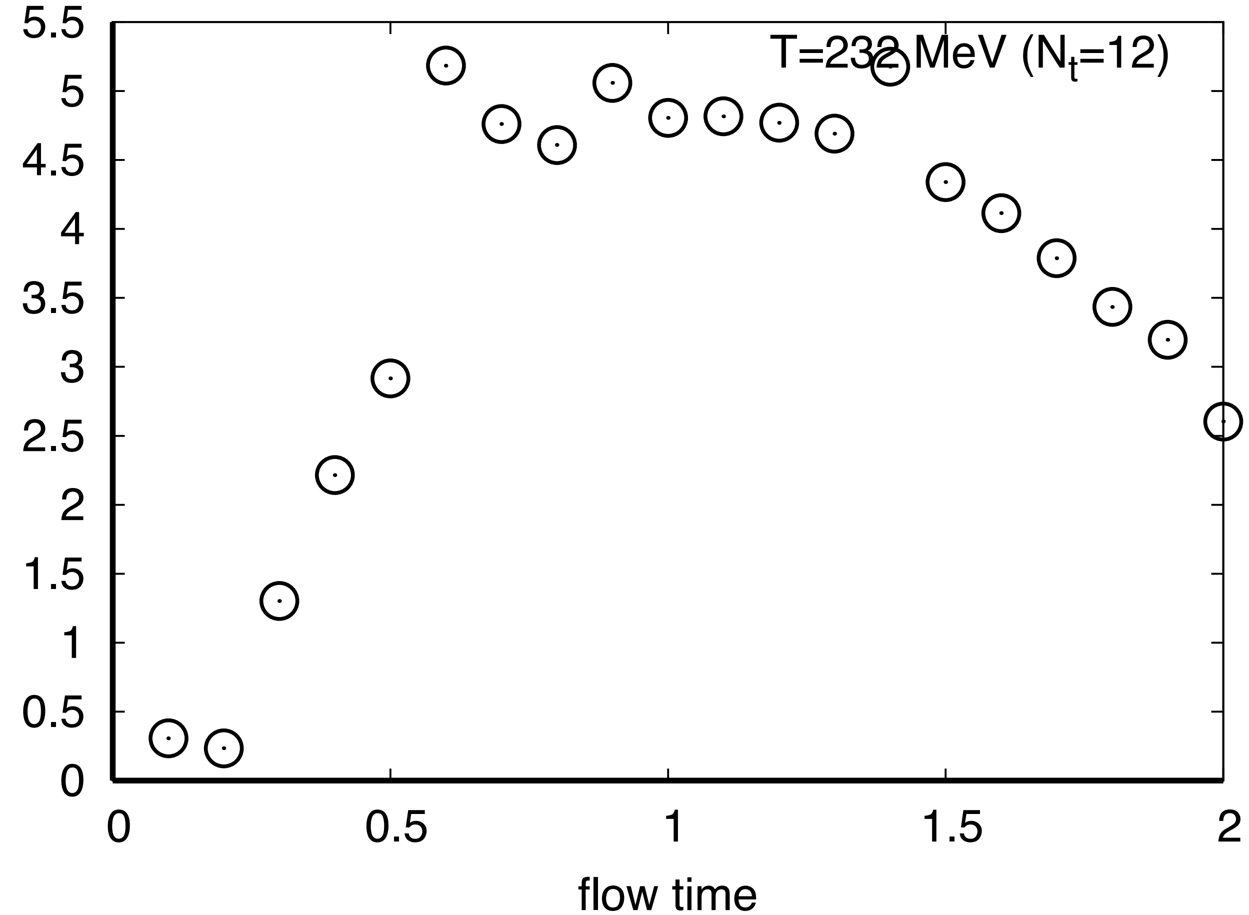
Shear viscosity

Hard thermal loop ansatz   T=232 MeV (Nt=12)

$\langle \Delta T_{ij}(x_4) \Delta T_{ij}(0) \rangle$



χ^2/dof



flow time

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{2\eta}{1+b^2\omega^2} + \theta(\omega-\omega_0)\frac{A\omega^3}{\tanh\frac{\omega}{4T}}$$

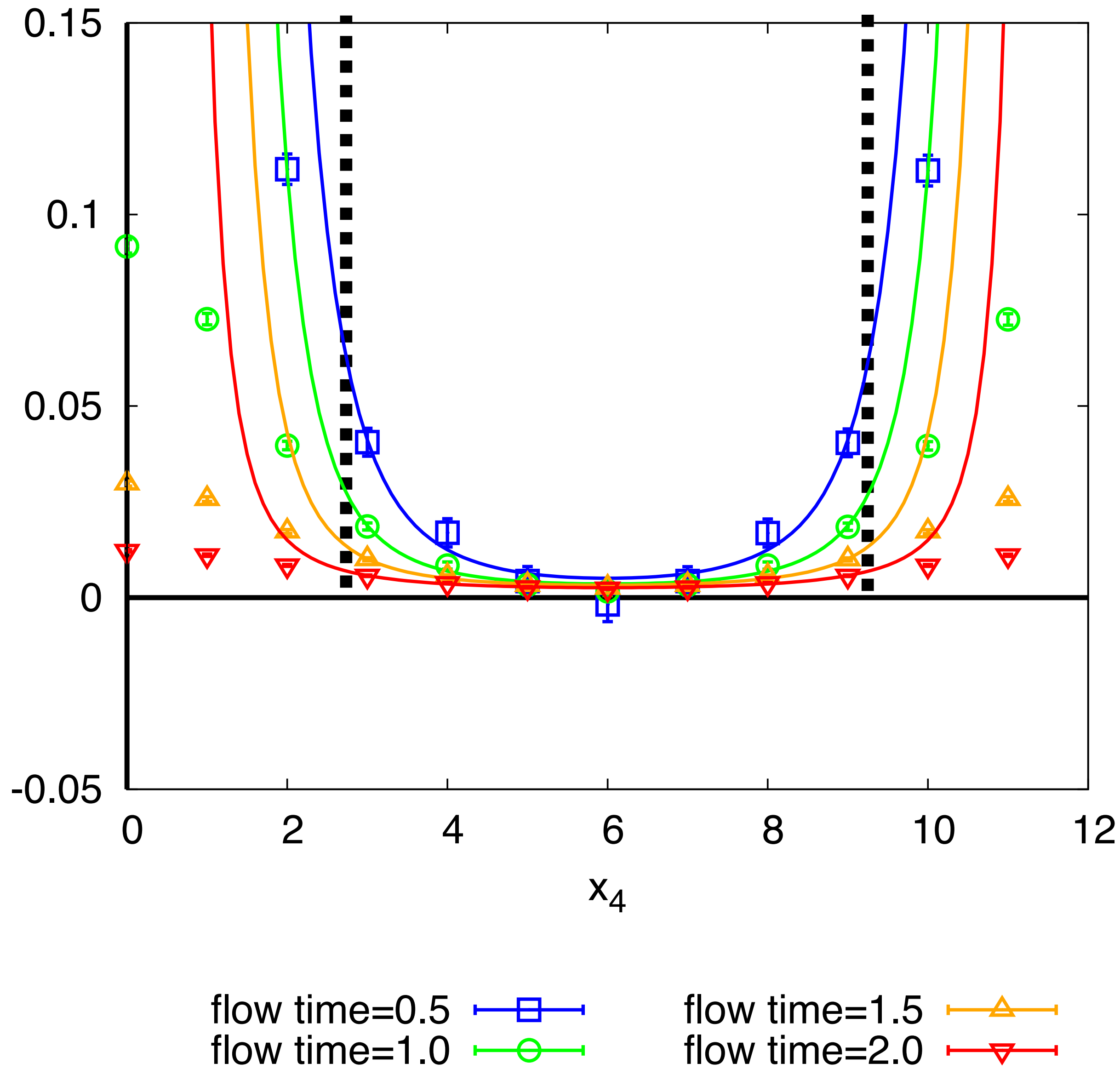
Shear viscosity

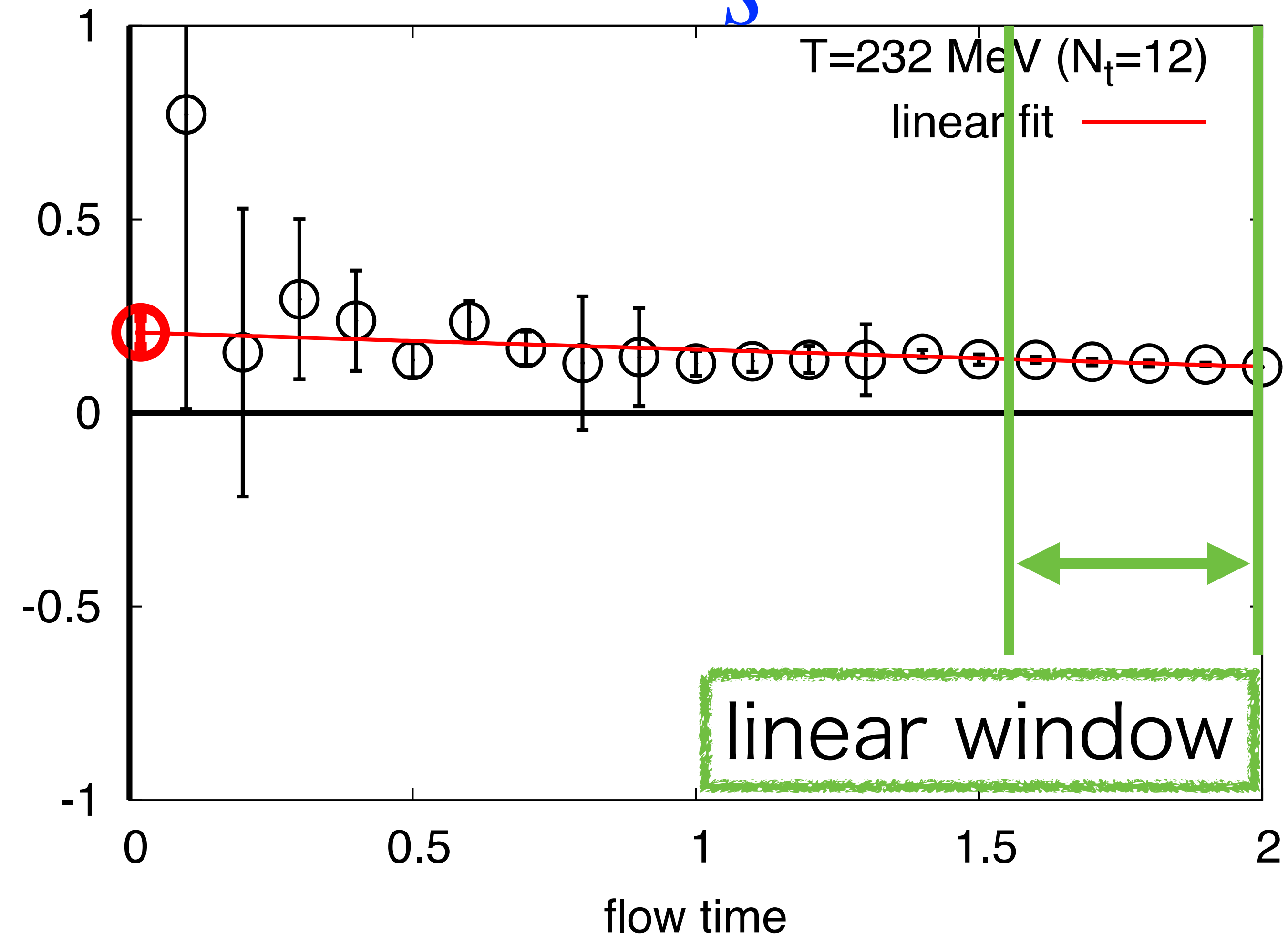
Hard thermal loop ansatz

T=232 MeV (Nt=12)

$$\langle \Delta T_{ij}(x_4) \Delta T_{ij}(0) \rangle$$

$$\frac{\eta}{s}$$



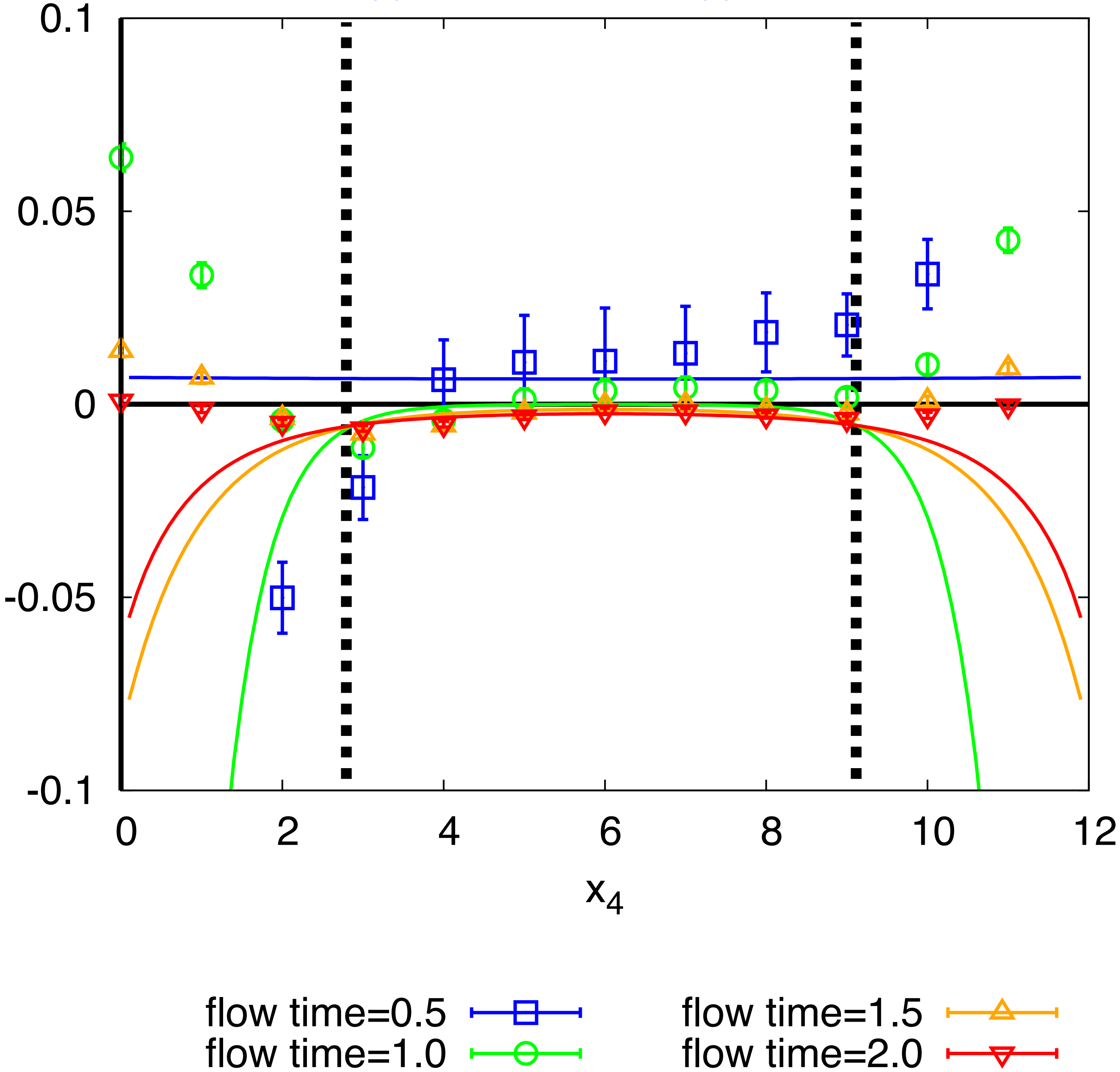


$$\frac{\eta}{s} = 0.208(38)$$

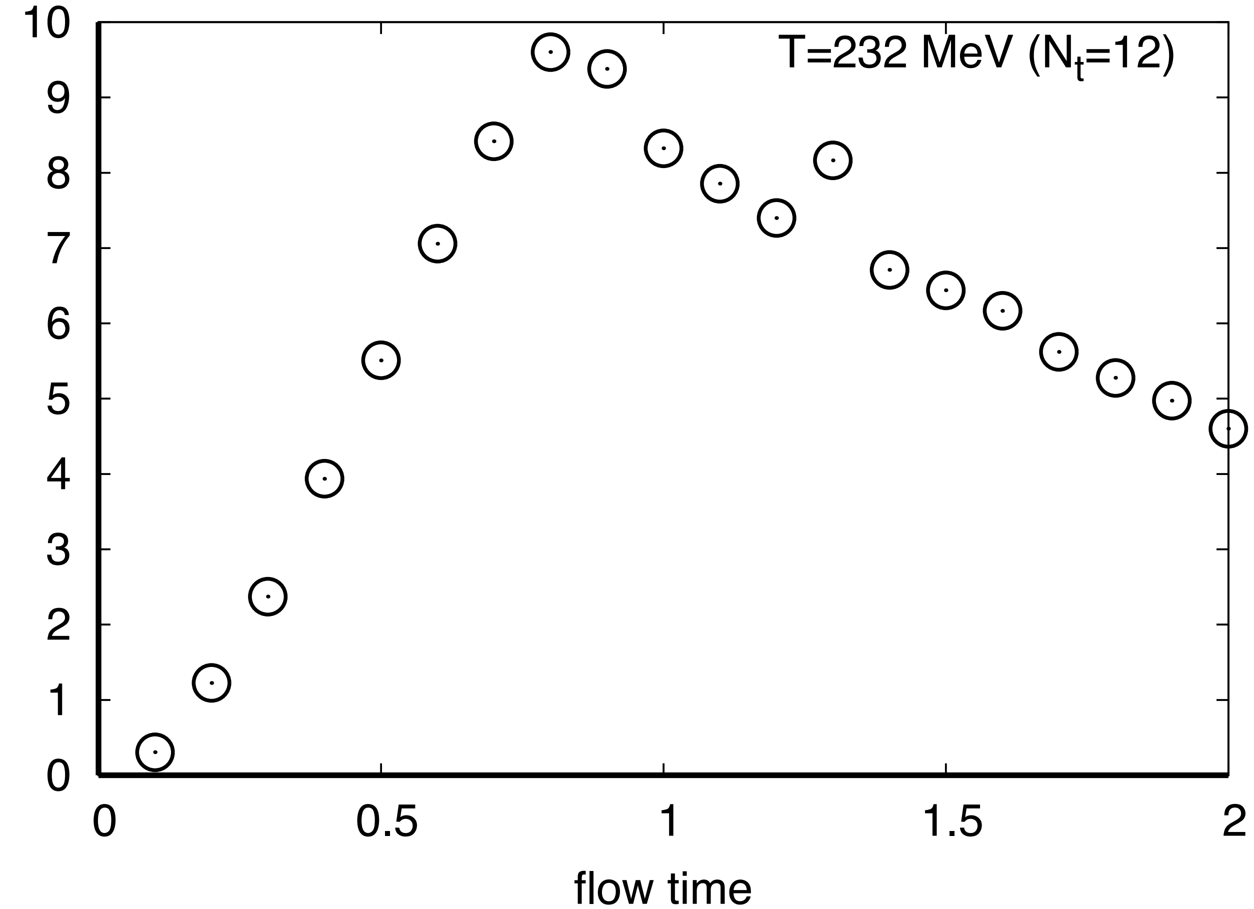
Bulk viscosity

Breit-Wigner ansatz   T=232 MeV (Nt=12)

$\langle \Delta T_{ii}(x_4)\Delta T_{ii}(0)\rangle$



χ^2/dof



flow time

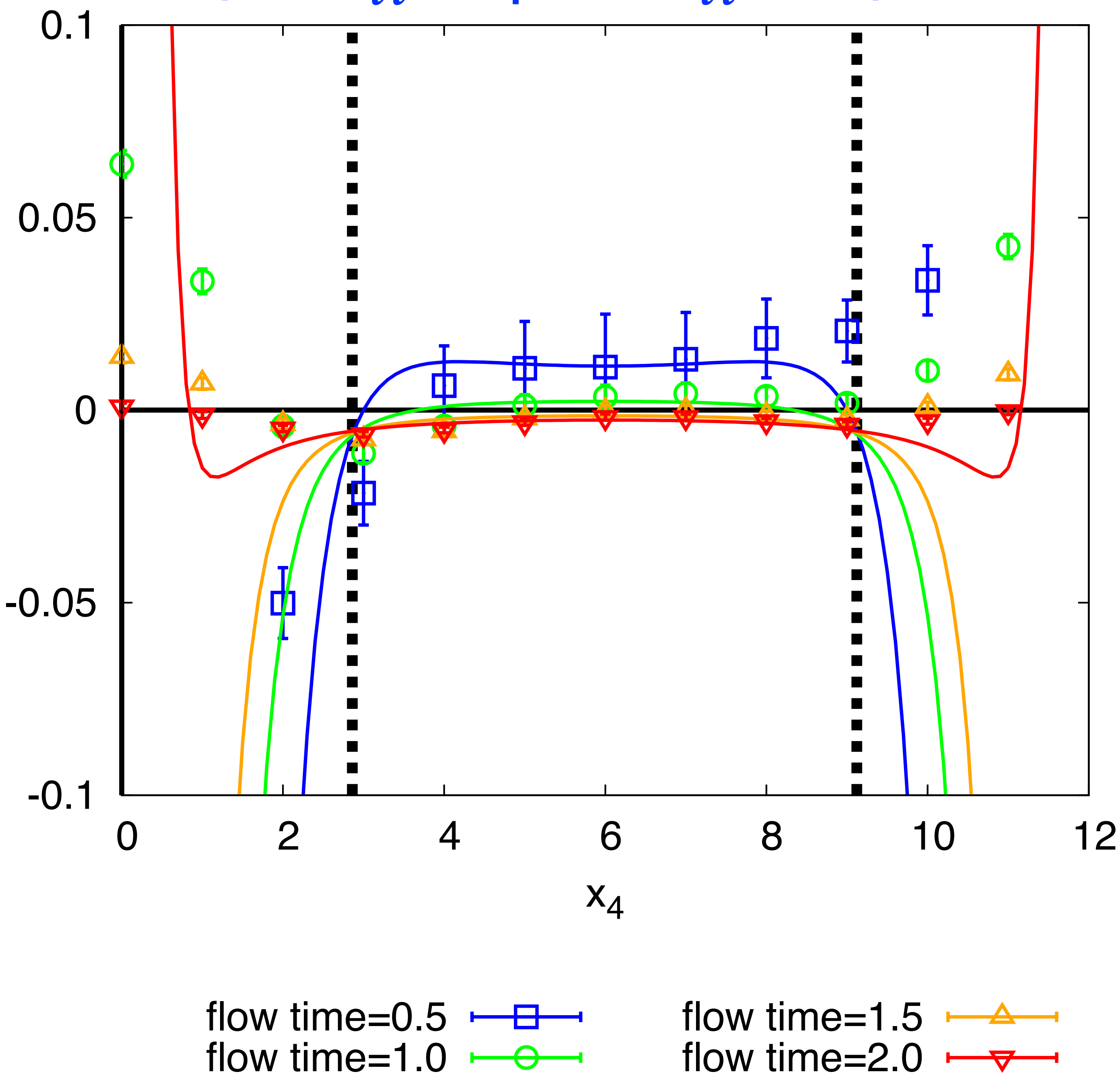
$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{F}{1+b^2(\omega-\omega_0)^2} + \frac{F}{1+b^2(\omega+\omega_0)^2}$$

Bulk viscosity

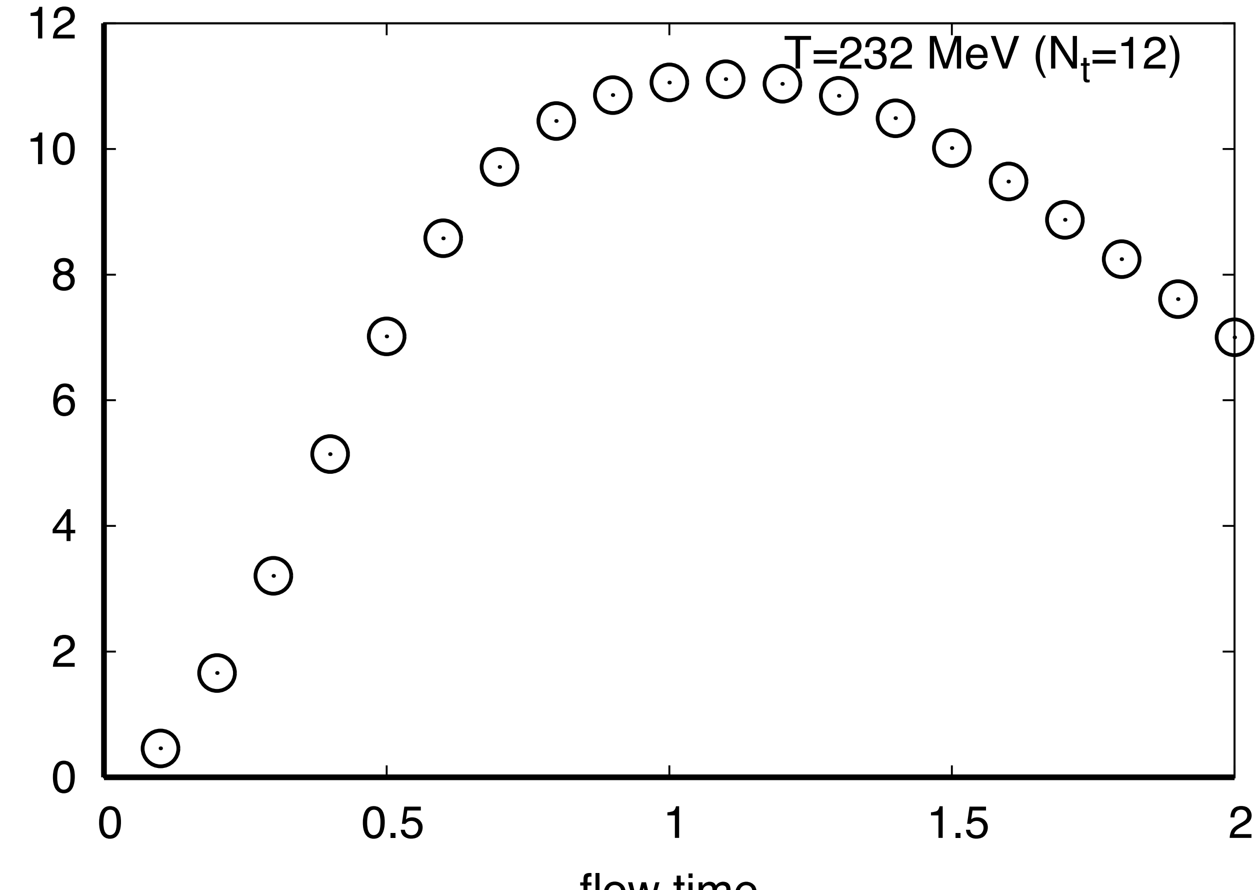
Hard thermal loop ansatz

T=232 MeV (Nt=12)

$\langle \Delta T_{ii}(x_4) \Delta T_{ii}(0) \rangle$



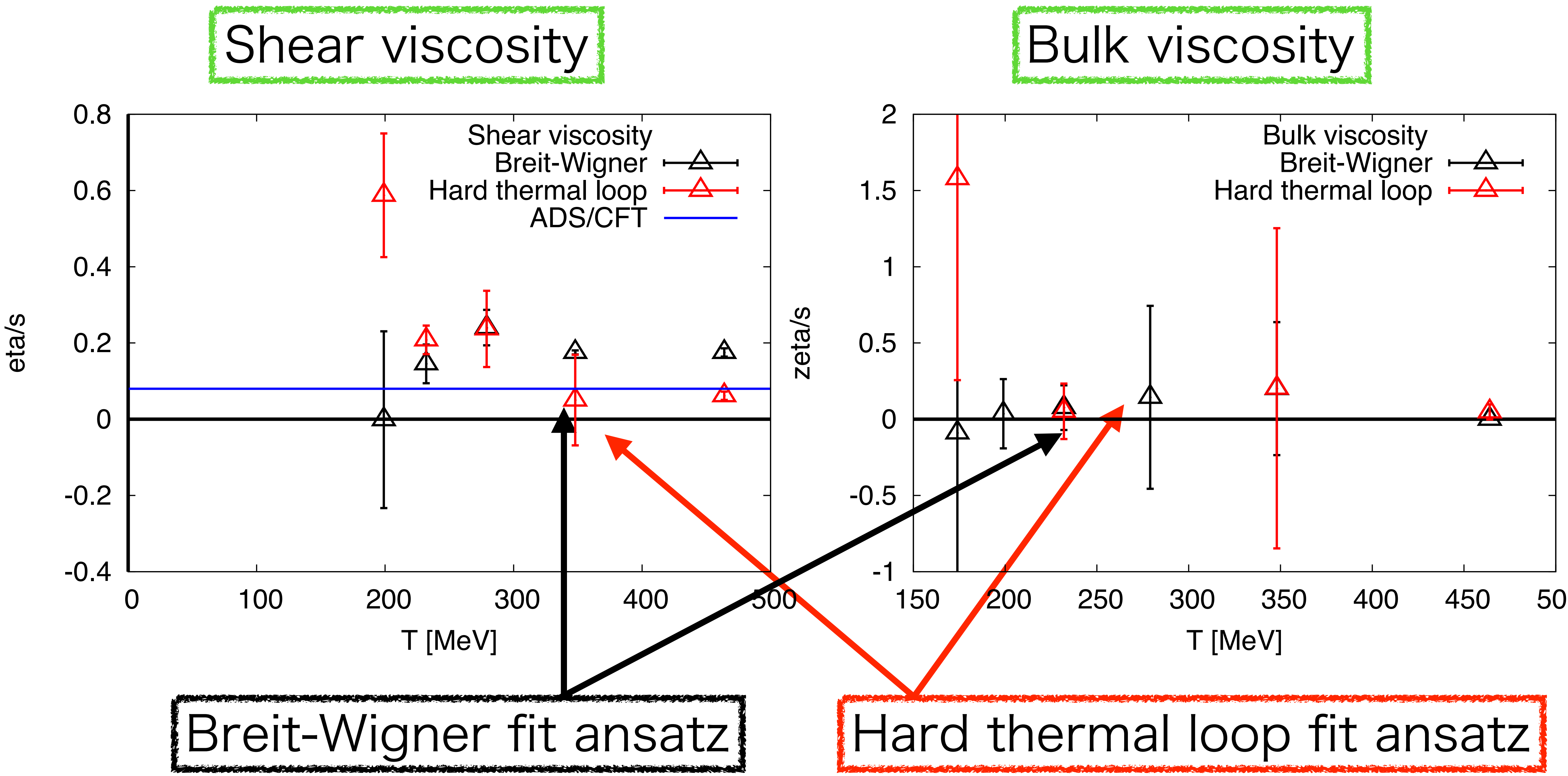
χ^2/dof



flow time

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{2\eta}{1+b^2\omega^2} + \theta(\omega-\omega_0)\frac{A\omega^3}{\tanh\frac{\omega}{4T}}$$

Viscosity as a function of temperature



Summary

粘性係数もなんとかなりそう！？

preliminary! $$\frac{\eta}{s} = 0.145(51)$$ T=232 MeV (Nt=12)

AdS/CFT: $$\frac{\eta}{s} \sim \frac{1}{4\pi} \sim 0.08$$

将来計画

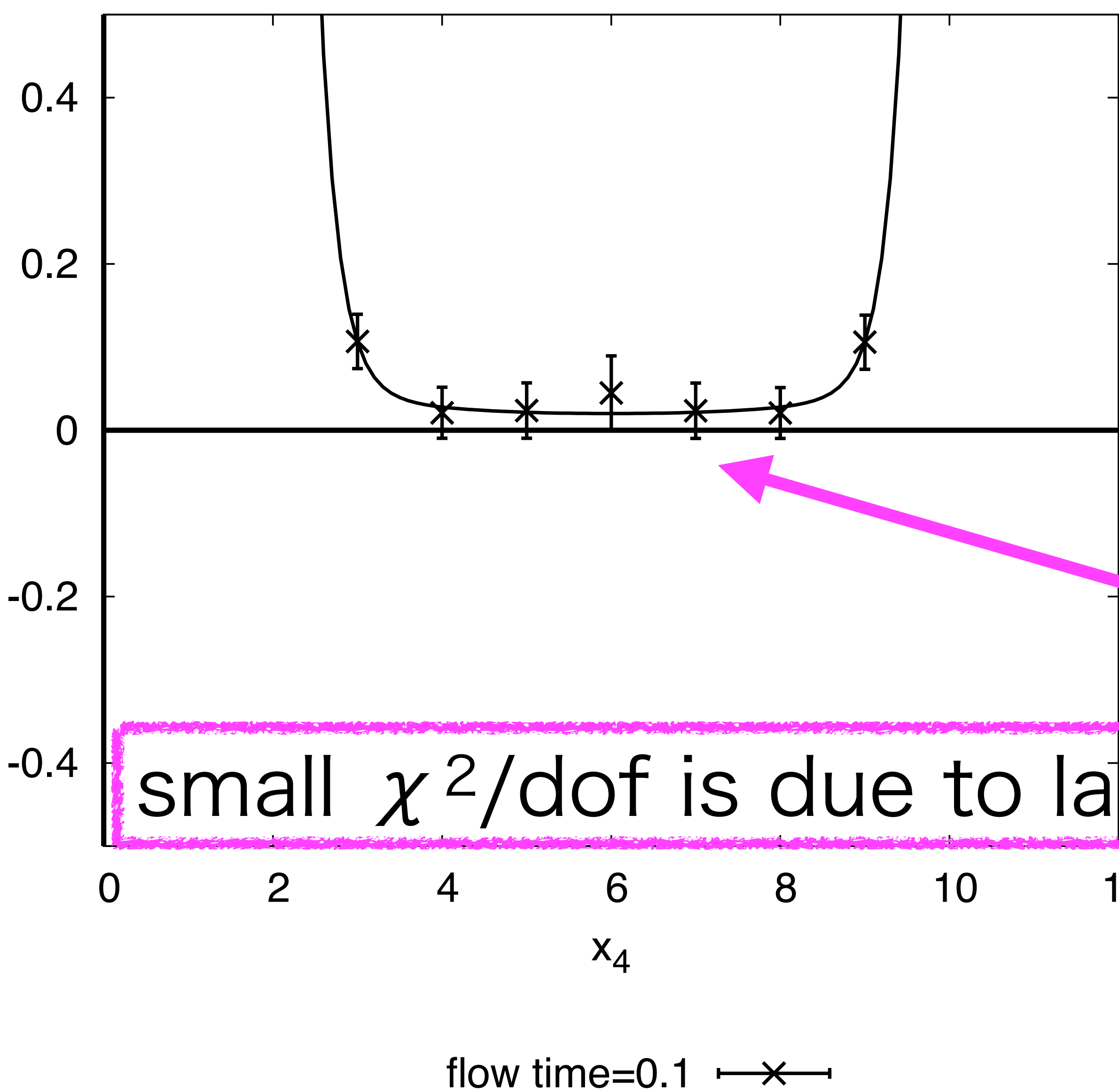
- 統計数を増やす
- 最大エントロピー法
- Backus-Gilbert法

Shear viscosity

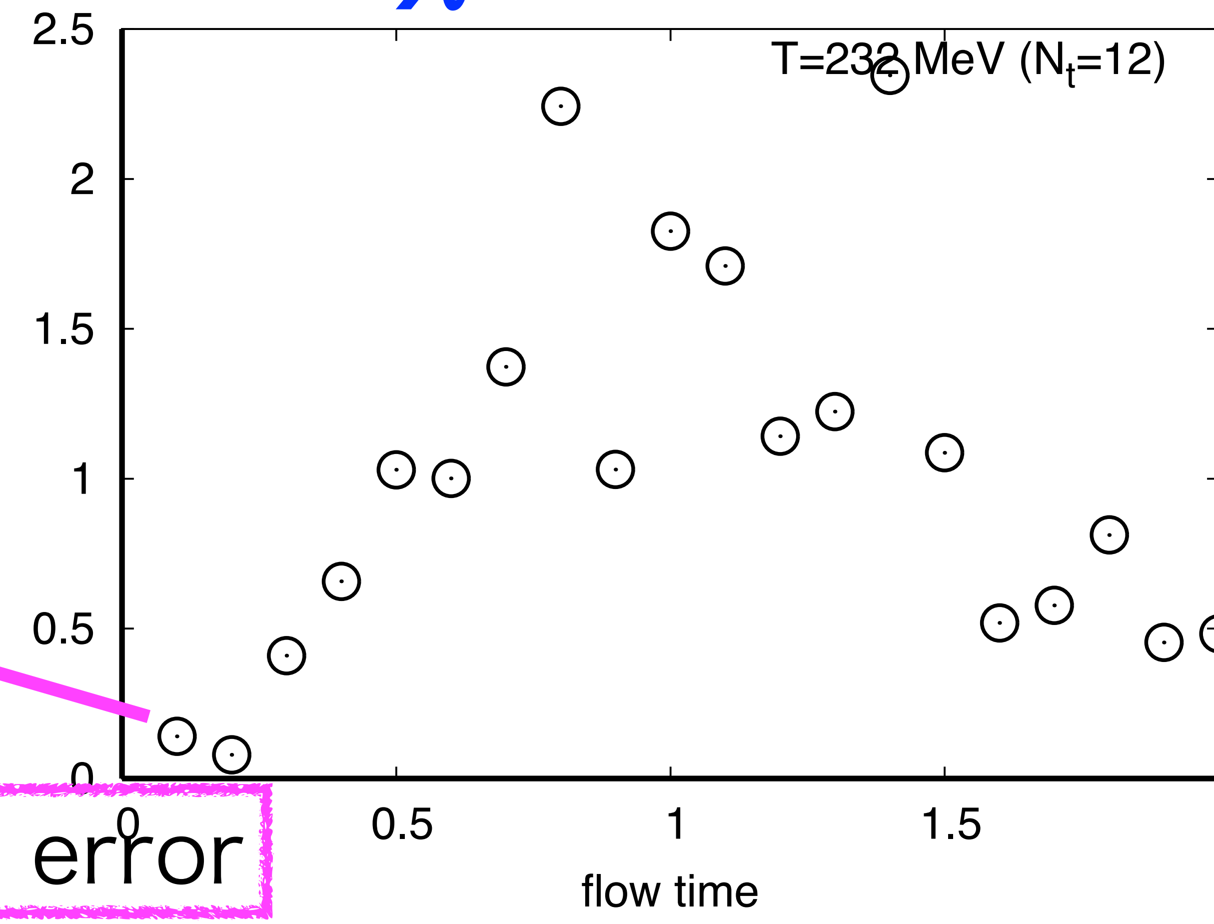
Breit-Wigner ansatz

T=232 MeV (Nt=12)

$\langle \Delta T_{ij}(x_4) \Delta T_{ij}(0) \rangle$



χ^2/dof



small χ^2/dof is due to large error

flow time

$$\frac{\rho(\omega)}{\omega} = \frac{F}{1 + b^2(\omega - \omega_0)^2} + \frac{F}{1 + b^2(\omega + \omega_0)^2}$$