



超弦の場の理論

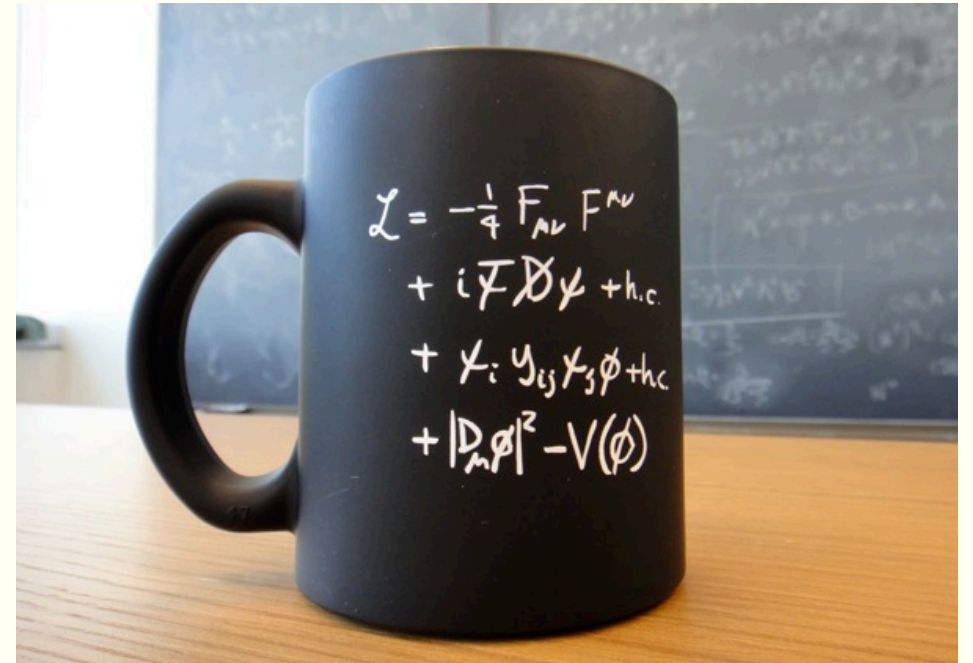
石橋 延幸 (素粒子理論グループ)
2020年6月15日 TCHoU meeting

標準模型

- 素粒子物理を記述する理論

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \bar{\psi}i\not{\partial}\psi \\ & -g_1\bar{\psi}i\not{B}\psi - \frac{1}{4}\mathcal{B}^{\mu\nu}\mathcal{B}_{\mu\nu} \\ & -g_2\bar{\psi}i\not{W}\psi - \frac{1}{4}\mathcal{W}^{\mu\nu}\cdot\mathcal{W}_{\mu\nu} \\ & -g_3\bar{\psi}i\not{G}\psi - \frac{1}{4}\mathcal{G}^{\mu\nu}\cdot\mathcal{G}_{\mu\nu} \\ & +\bar{\psi}_iy_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

- 現在のところ、ほぼすべての実験結果と矛盾しない



<https://sci.tea-nifty.com/blog/2013/09/cern-ab04.html>

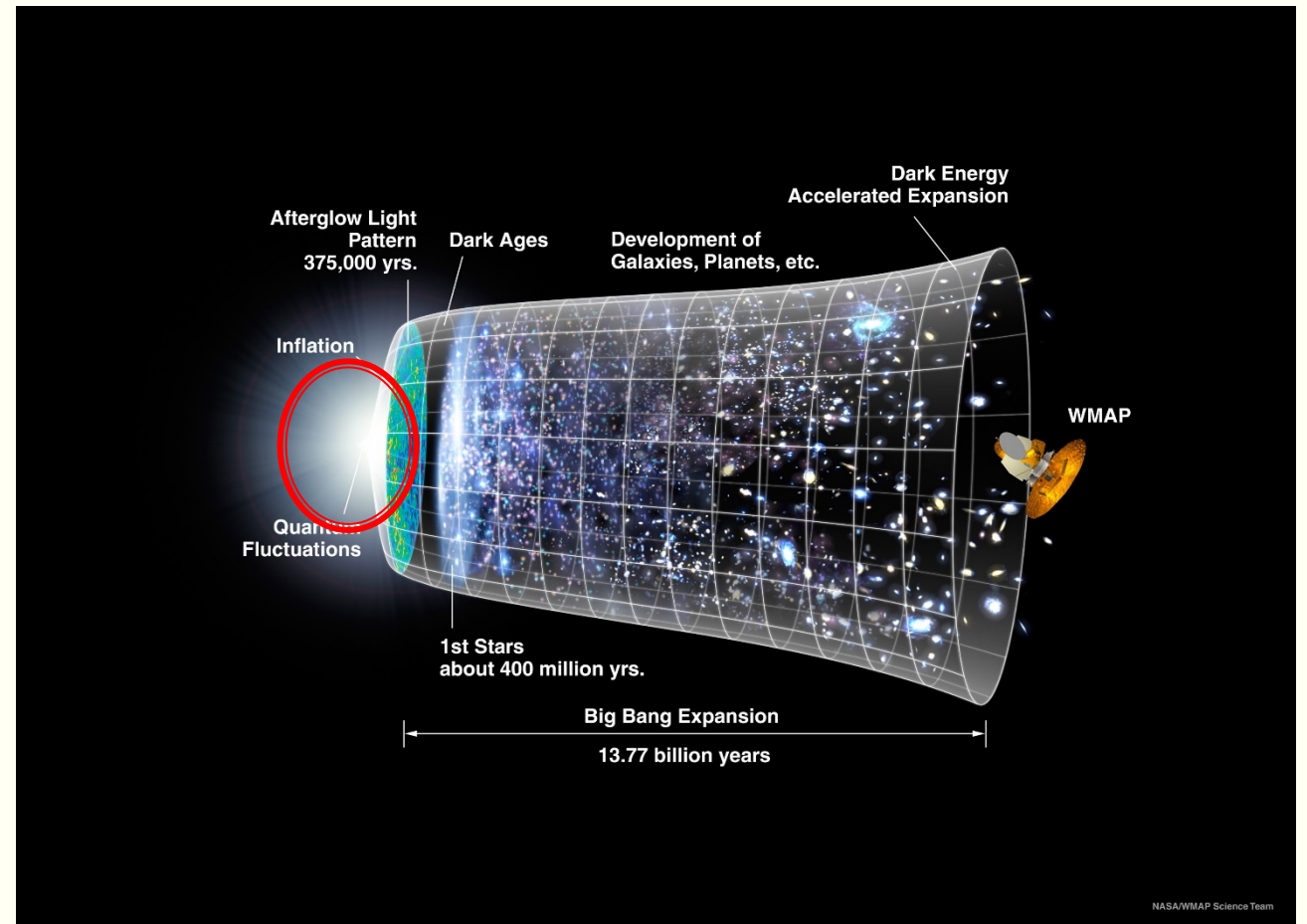
素粒子物理

我々は、これまでわかっていることの手を研究しなければならない

- 標準模型のさらなる検証

- ヒグス相互作用
- ニュートリノ
- ...

- 標準模型を超えた物理？



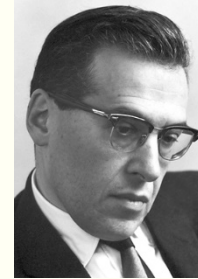
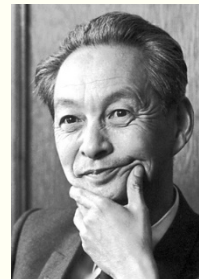
標準模型の明らかな欠点

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \bar{\psi}i\not{\partial}\psi \\ & -g_1\bar{\psi}i\not{B}\psi - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \\ & -g_2\bar{\psi}i\not{W}\psi - \frac{1}{4}W^{\mu\nu}\cdot W_{\mu\nu} \\ & -g_3\bar{\psi}i\not{G}\psi - \frac{1}{4}G^{\mu\nu}\cdot G_{\mu\nu} \\ & +\bar{\psi}_iy_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ & +|D_\mu\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

Einstein-Hilbert 作用

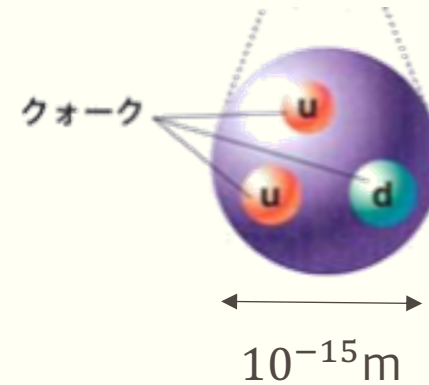
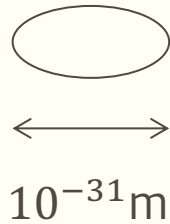
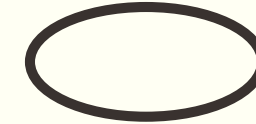
$$I = \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g}(R - 2\Lambda)$$

- 標準模型には重力が入っていない
- 重力の量子論はまだできていない
 - 紫外発散がある
 - 繰り込み理論が使えない

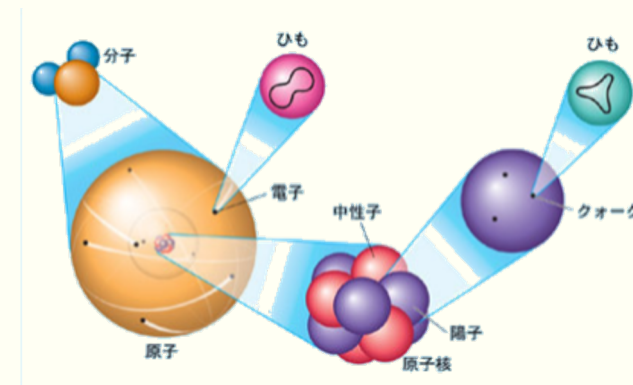


超弦理論

- 素粒子は大きさの無い点粒子ではなく、長さを持った弦だと考える
- 弦の長さが非常に小さいと仮定すると、我々には点にしか見えない



- 振動している弦の様々な状態が、様々な粒子を表す
- 理論は重力を含むにもかかわらず、紫外発散がない
 - 矛盾のない量子論が可能



超弦の場の理論

- 超弦が点に見える近似（低エネルギー近似）で作用は

$$I = \frac{c^3}{16\pi G} \int \sqrt{-g} e^{-2\phi} \left[R - \frac{1}{12} H_{\mu\nu\rho} H^{\mu\nu\rho} + 4\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \dots \right]$$

- 超弦の場の理論

超弦理論の厳密な作用は何か？

- なぜそのようなことを目指すのか？
- 最近の進展



この部分をすべて知りたい！

Outline

1. 粒子・弦と場
2. 超弦の場の理論

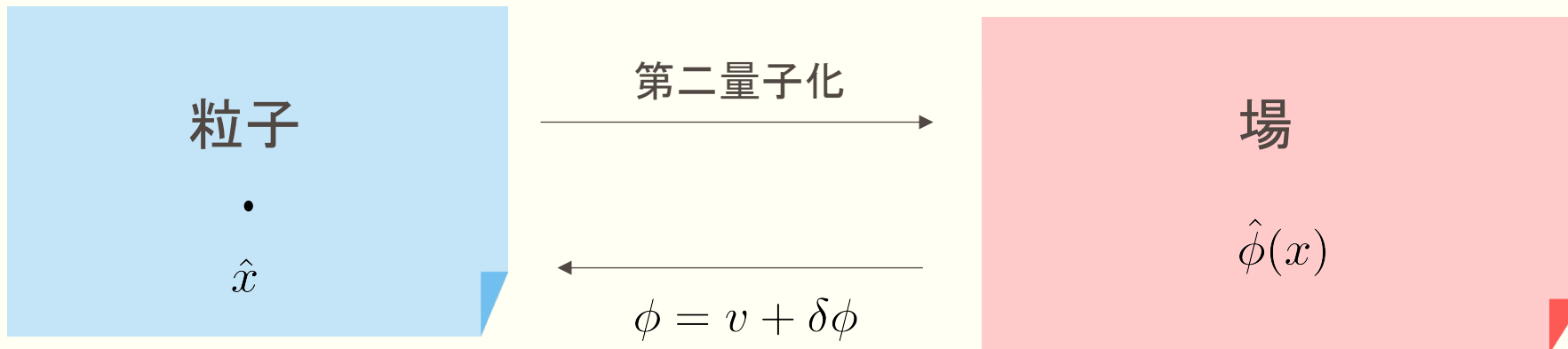
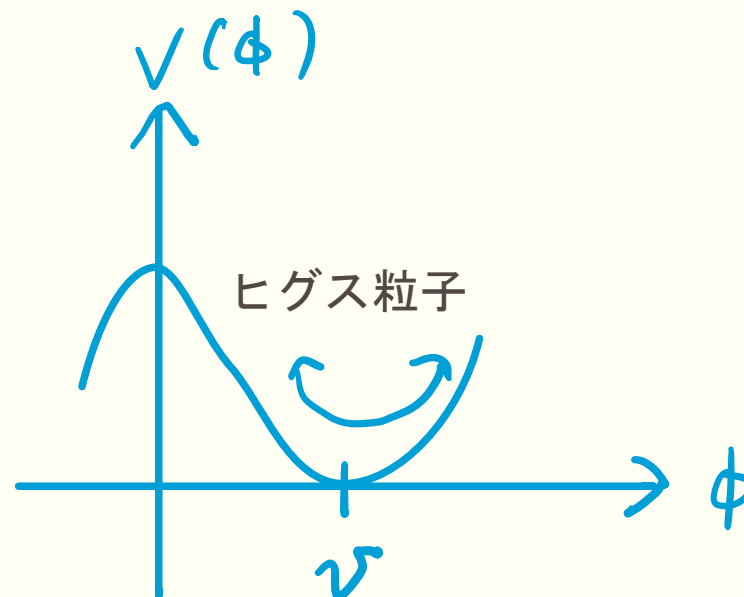


1. 粒子・弦と場

ヒグス場とヒグス粒子

$$\mathcal{L} = \dots + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)$$

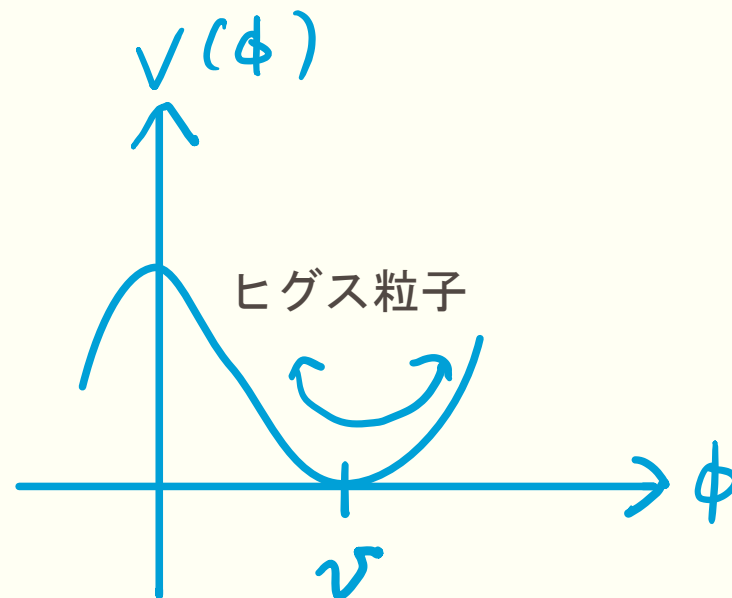
$$\phi = v + \delta\phi$$



もし人類がヒグス場を知らずにヒグス粒子を発見していたら

$$\mathcal{L} = \dots + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)$$

$$\phi = v + \delta\phi$$



- 実験で相互作用を調べ、ポテンシャルの形を明らかにしていく
- 自発的対称性の破れ → 粒子の多体効果

(大変だけど) 実験的に可能

重力場と重力子

一般相対論

- 重力場 $g_{\mu\nu}(x)$
- 等価原理・一般座標不変性

$$I = \frac{c^3}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda)$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}$$

→

重力子

- スピン 2
- $m = 0$

重力子から一般相対論を導き出すことは可能か？

→ (大変だけど) 理論的に可能

重力子 → 一般相対論

- スピン2で質量のない粒子の理論

- ローレンツ不変性
- ユニタリティ

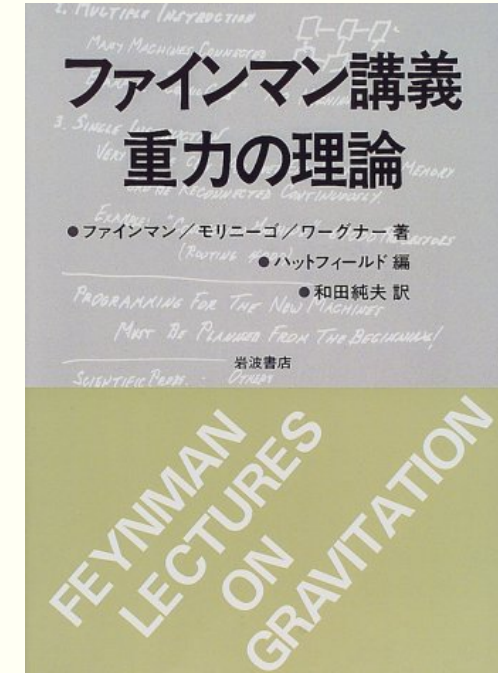
を要請すると、アインシュタイン・ヒルベルト作用が導出される

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) \\ &= \int d^4x (h^{\mu\nu} \partial^2 h_{\mu\nu} + h^3 + \dots) \end{aligned}$$

無限個

- 一般にスピン1以上の粒子については同様



<https://www.amazon.co.jp/>

超弦理論

- 素粒子は弦だと仮定して

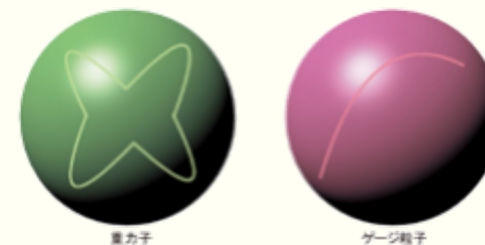
- ローレンツ不変性
- ユニタリティ

を要請して作った理論

- これだけの要請から理論はほとんど決まってしまう

- 時空の次元は10次元
- 理論は重力子を含むが紫外発散がない

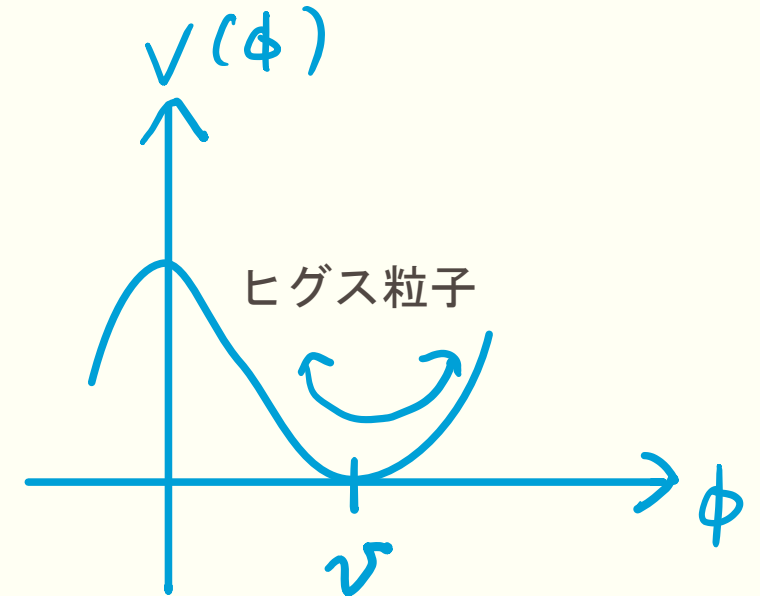
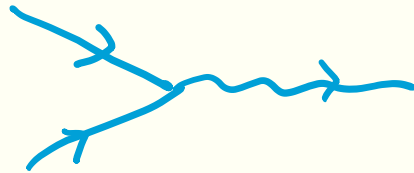
- ファインマンが重力子から一般相対論を導出した方法の一般化



<https://www.s.u-tokyo.ac.jp/ja/story/rigakuru/nbp/research/12.html>

粒子・弦と場

- 超弦理論は「ヒグス場を知らずにヒグス粒子を発見した」状態にある
 - 摂動論は可能



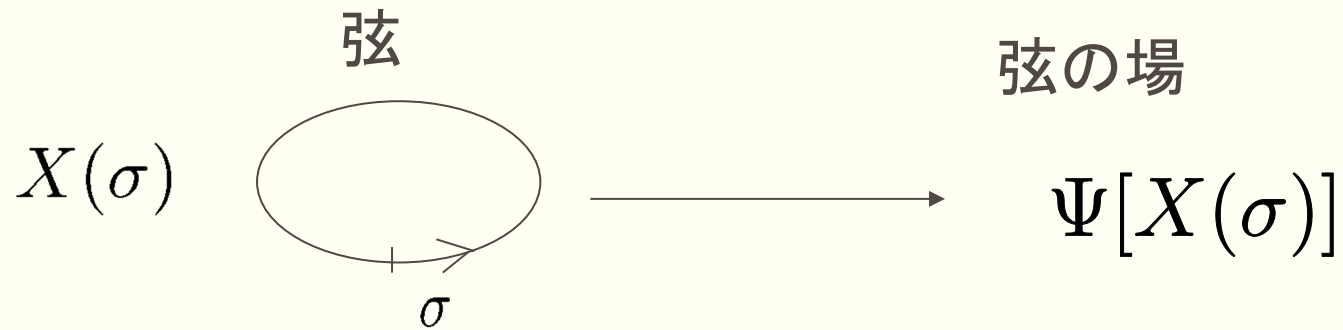
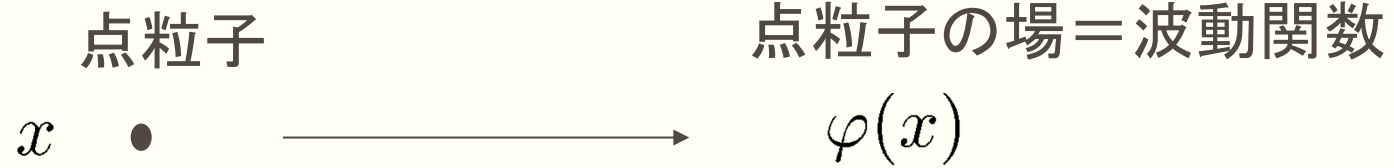
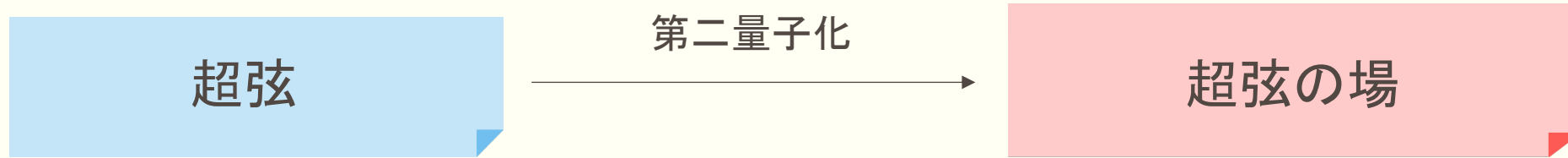
- 超弦理論におけるヒグス場にあたるものを知りたい → 超弦の場の理論
 - 場の観点なくして理解が難しいような物理現象を知りたい
 - 等価原理・一般座標不変性がどのように一般化されるかを知りたい

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) \\ &= \int d^4x (h^{\mu\nu} \partial^2 h_{\mu\nu} + h^3 + \dots) \end{aligned}$$



3. 超弦の場の理論

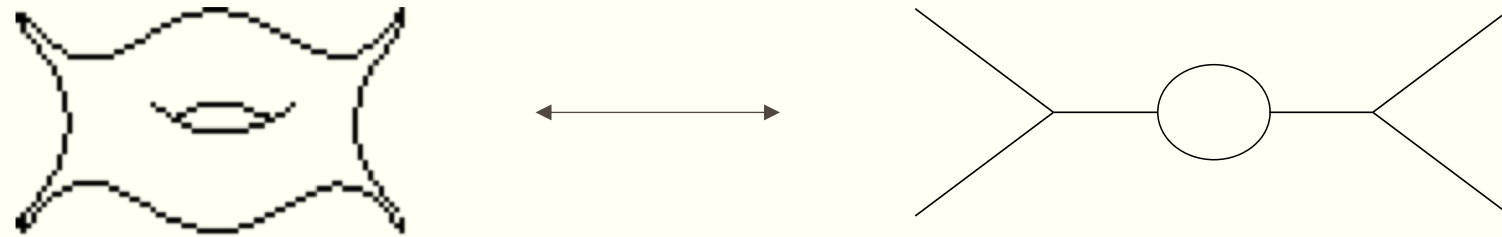
超弦の場の理論



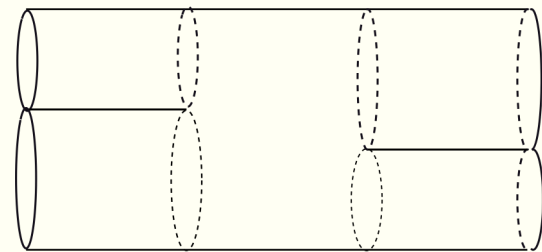
- 弦の場は $X(\sigma)$ の汎関数

超弦の場の理論の作り方

- 超弦理論のファインマングラフ（世界面）



- 世界面をプロパゲータ・バーテックスに分解（このやり方は無数にある）



- このファインマンルールが出るように作用を作る

今のところできている超弦の場の理論

- Sen (2016)

$$I = \frac{1}{g_s^2} \left[-\frac{1}{2} \tilde{\Psi} c_0^- Q_B \mathcal{G} \tilde{\Psi} + \tilde{\Psi} c_0^- Q_B \Psi + \sum_{n=1}^{\infty} \{\{\Psi^n\}\} \right]$$

- K. Murakami and N.I. (2018)

$$I = \frac{1}{2} \Phi (i\partial_\tau - H) \Phi + \frac{g_s}{6} \Phi^3 + \dots$$

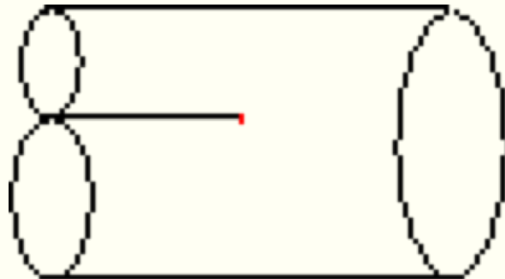
- 無限個の相互作用項がある

相互作用場が無限個

$$\Psi[X(\sigma)] \sim h_{\mu\nu}(x)$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) \\ &= \int d^4x (h^{\mu\nu} \partial^2 h_{\mu\nu} + h^3 + \dots) \end{aligned}$$

- アインシュタイン・ヒルベルト作用のように簡単に書く方法を知りたい
- 作用が単純になるような世界面のうまい分解の仕方が必要
- 相互作用が無限個現れる一つの原因は世界面上に特異点があること

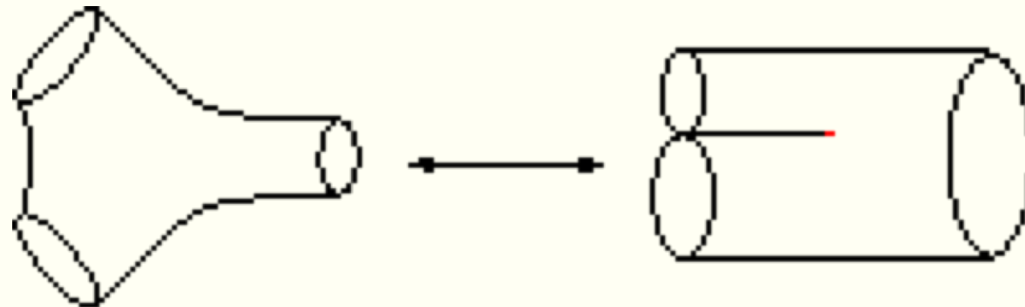


hyperbolic metric

- 超弦理論の世界面には定曲率 ($R = -2$) の計量(hyperbolic metric)が存在する



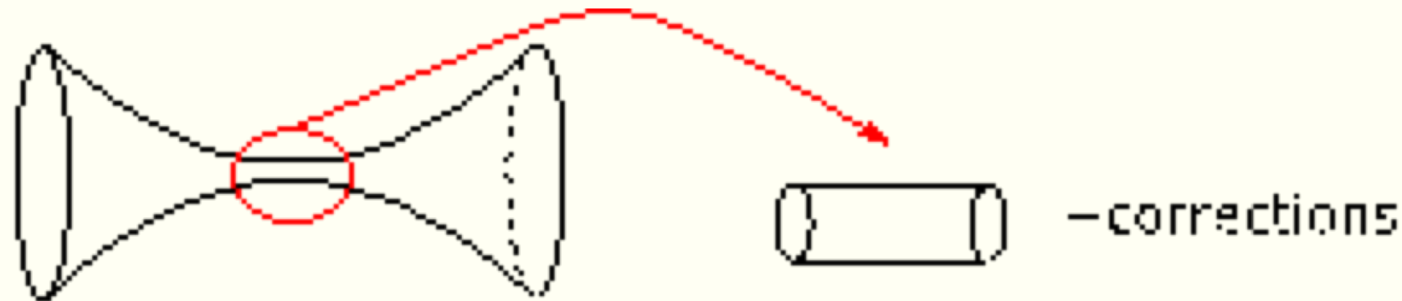
- hyperbolic metricの入った世界面には特異点がない



- hyperbolic metric の入った世界面を用いて弦の場の理論を作れば上で述べた問題はないはず

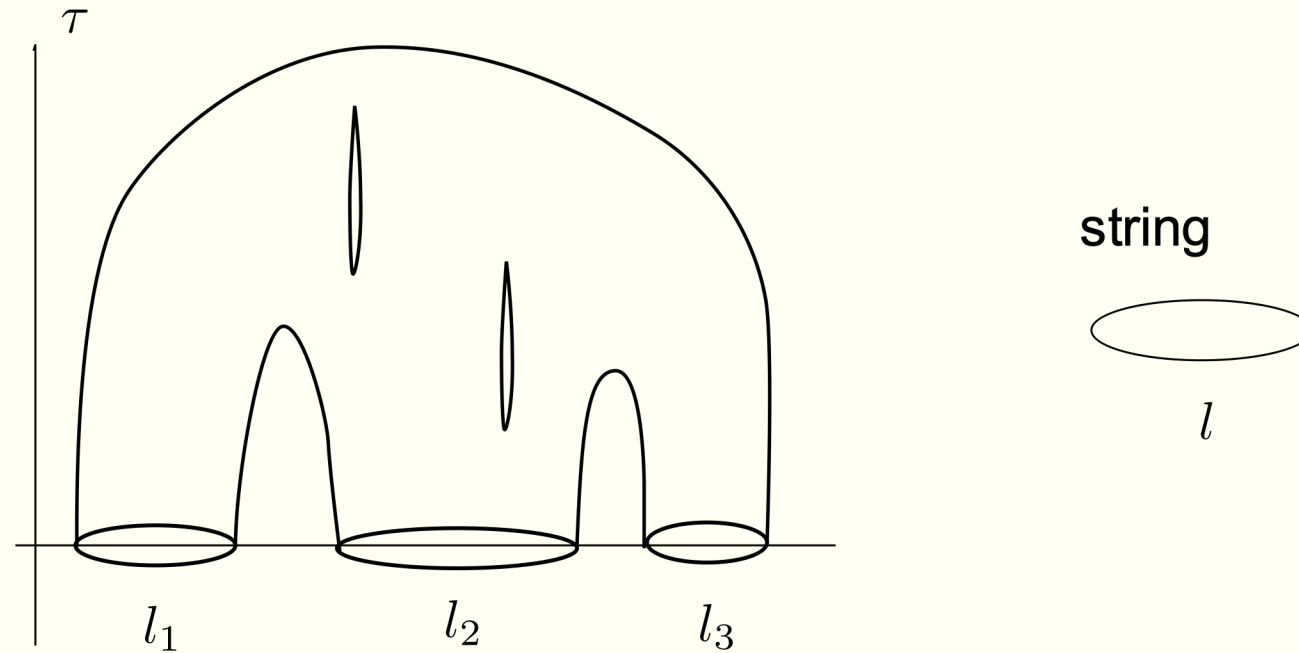
hyperbolic metric

- hyperbolic metric を用いて弦の場の理論を作るのは難しい(Moosavian-Pius '17, Costello-Zwiebach '19)
 - 弦のプロパゲータを見つけるのが難しい



- 最近、世界面上に hyperbolic metric を持つ0次元の弦理論 (JT gravity) が提唱された
- JT gravityと類似の0次元の弦理論について、弦の場の理論が作られている (川合-N.I.)
- これを拡張してJT gravityに対応する弦の場の理論を作った

0次元の弦の場の理論



- このファインマングラフに対応する相関関数

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle 0 | e^{-\tau \hat{H}} \hat{\phi}(l_1) \cdots \hat{\phi}(l_n) | 0 \rangle$$

hyperbolic metric と弦の場の理論

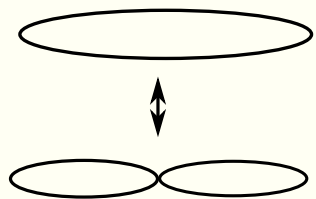
$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle 0 | e^{-\tau \hat{H}} \hat{\phi}(l_1) \cdots \hat{\phi}(l_n) | 0 \rangle$$

■ ハミルトニアン

$$\hat{H} = 2 \int dldl' \hat{\phi}(l) w(l') \hat{\pi}(l+l')(l+l')$$

$$+ \int dldl' w(l+l') \hat{\pi}(l) l \hat{\pi}(l') l'$$

$$\left[\begin{array}{l} +g_s \int dldl' \hat{\phi}(l) \hat{\phi}(l') \hat{\pi}(l+l')(l+l') \\ +g_s \int dldl' \hat{\phi}(l+l') \hat{\pi}(l) l \hat{\pi}(l') l' \end{array} \right]$$



hyperbolic と弦の場の理論

- この弦の場の理論の定式化は点粒子の場の理論における確率過程量子化に対応する

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle 0 | e^{-\tau \hat{H}} \hat{\phi}(l_1) \cdots \hat{\phi}(l_n) | 0 \rangle$$

- kinetic termが通常の弦の場の理論のものと異なる



- ハミルトニアンは簡単な形をしているが、対応する作用は無限個の相互作用を含む複雑な形になる
- この弦の場の理論から、hyperbolic metric のある世界面をどのようにプロパゲータとヴァーテックスに分解すればよいか分かる

<https://www.ictp-saifr.org/workshop-on-fundamental-aspects-of-string-theory/>

- これを用いて超弦の場の理論を作りたい