

# Cumulants of net baryon-number fluctuations from lattice QCD

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502

大野浩史

筑波大学計算科学研究センター

宇宙史研究センター2021年度  
第1回構成員会議・成果報告&交流会  
2021年6月25日

# 自己紹介

- 略歴

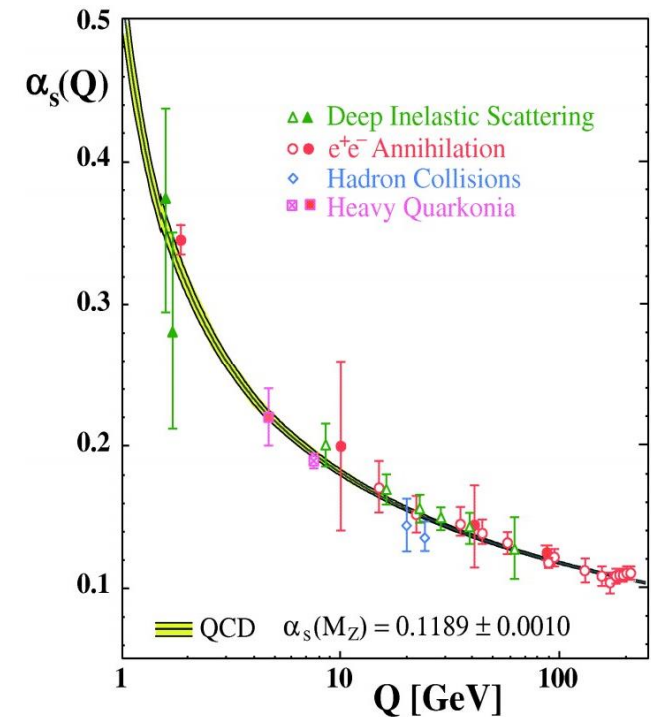
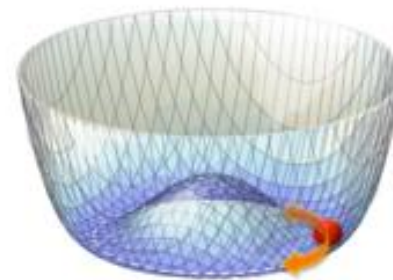
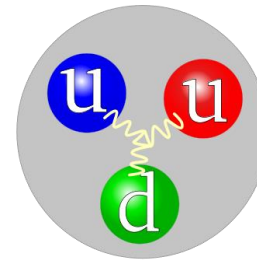
- 2011年3月 筑波大学大学院博士後期課程物理学専攻 修了
- 2011年4月-2012年3月 学振特別研究員  
米国 Brookhaven国立研究所 (BNL)、独国 Bielefelde大学に滞在
- 2012年4月-2013年8月 Bielefeld大学ポスドク研究員
- 2013年8月-2014年3月 BNLポスドク研究員
- 2014年4月- 筑波大学計算科学研究センター助教

- 研究

- 格子QCDに基づく数値シミュレーションを用いた有限温度・密度QCDの研究
- 特に、QCD相構造やQGP中のクォーコニウムの性質について
- HotQCD Collaboration のメンバーとしてBNLやBielefeld、CCNUの研究者と共同研究

# 量子色力学 (Quantum Chromodynamics/QCD)

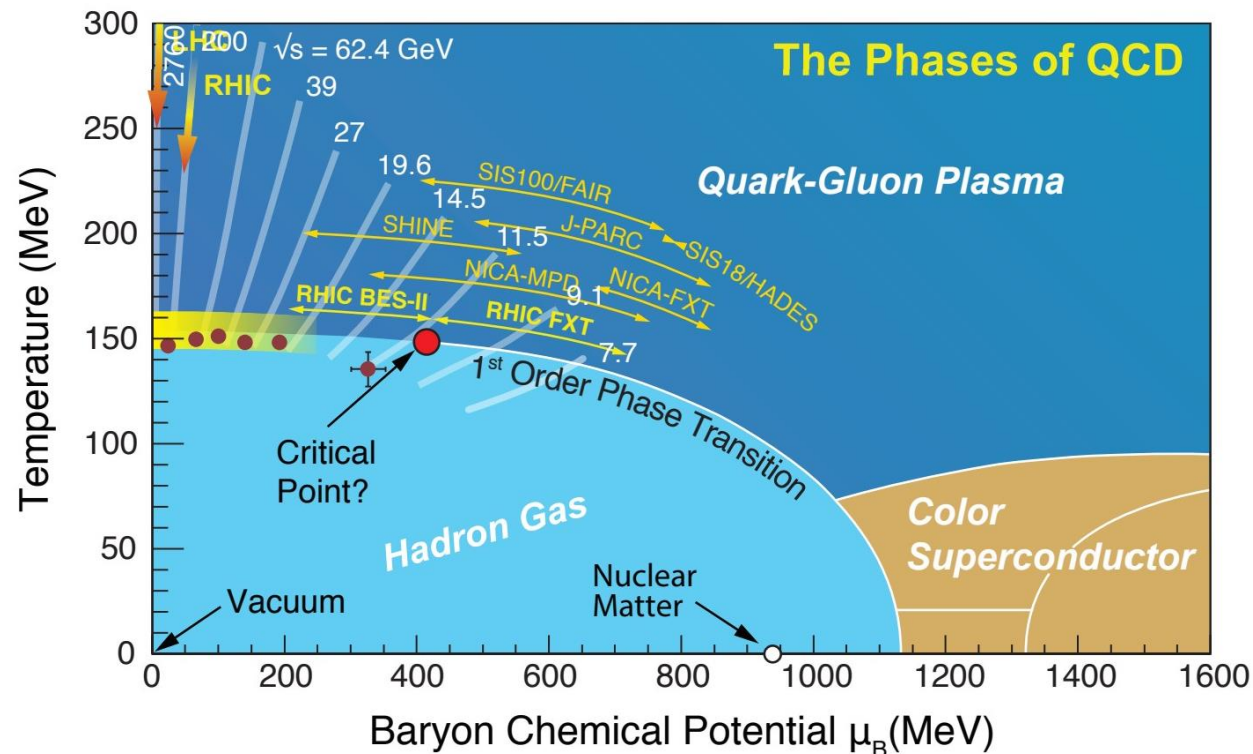
- 強い相互作用(力)とクォーク・グルーオンに関する理論
- SU(3)非可換ゲージ理論
  - グルーオンの自己相互作用がある
- 特徴的な性質
  - クォークの閉じ込め
  - 漸近的自由性
  - カイラル対称性の自発的破れ



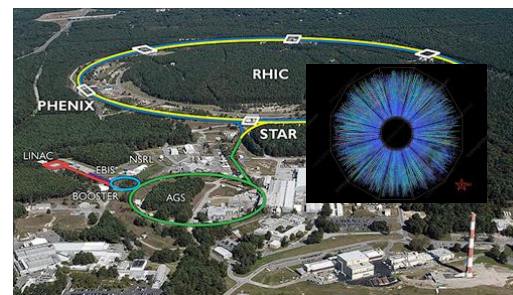
G. M. Prosperi, M. Raciti, C. Simolo, Prog. Part. Nucl. Phys. **58**, 387-438 (2007)

# QCD相図

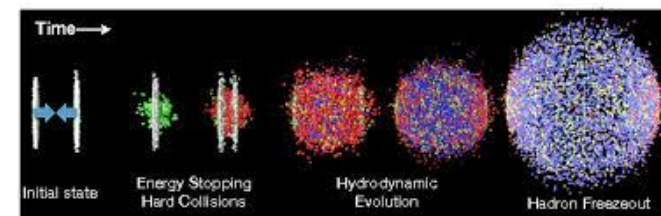
- 超高温・高密度
  - 初期宇宙、中性子星内部
  - クォーク・グルーオンが自由に振る舞う
  - 新しい物質の状態:  
Quark-Gluon-Plasma (QGP)
- 相転移
  - 高温低密度(格子QCD計算が可能)
  - クロスオーバー
  - 低温高密度(有効理論を適用)
  - 1次相転移
  - 中間領域
  - 2次相転移点(臨界点)があるはず!
  - 理論的・実験的に検証が必要
  - : 格子QCD計算、RHIC Beam Energy Scan (BES)



H. Caines, Quark Matter 2017



Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC)@BNL



# 保存量の揺らぎ

- 圧力

バリオン数、電荷、ストレンジネス

クォーク化学ポテンシャル

化学ポテンシャル

$$\vec{\mu} = (\mu_B, \mu_Q, \mu_S)$$

$$\mu_u = \frac{1}{3}\mu_B + \frac{2}{3}\mu_Q$$

$$\mu_d = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{3}\mu_Q$$

$$\mu_s = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{3}\mu_Q - \mu_S$$

$$\frac{P(T, \vec{\mu})}{T^4} = \frac{1}{VT^3} \ln Z(T, \vec{\mu}),$$

- キュムラント

$$\chi_n^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{1}{VT^3} \frac{\partial^n}{\partial \hat{\mu}_X^n} \ln Z(T, \vec{\mu}), \quad \hat{\mu}_X \equiv \frac{\mu_X}{T}, \quad X = B, Q, S$$

$$R_{12}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_1^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \frac{M_X}{\sigma_X^2} \quad R_{31}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_3^X(T, \vec{\mu})}{\chi_1^X(T, \vec{\mu})} = \frac{S_X \sigma_X^3}{M_X} \quad R_{42}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_4^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \kappa_X \sigma_B^2$$

$M_X$ : 平均 (保存量  $X$  の密度)     $\sigma_X$ : 分散     $S_X$ : 歪度     $\kappa_X$ : 尖度

より高次のキュムラント程、より相関長の変化に敏感 = 臨界点の周りで大きく変化

# 格子QCDに基づく数値計算

- QCD: 低エネルギースケールでは非摂動的
- 格子QCD: 時空間を格子状に離散化
  - QCDの第一原理に基づく非摂動計算が可能
  - 大規模なモンテカルロシミュレーション

## 物理量 $\mathcal{O}$ の期待値

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{O} \det M e^{-S_g} \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{O}_i$$

4次元体積×内部自由度  
= 数億次元の積分

$\frac{1}{Z} \det M e^{-S_g}$  の確率でゲージ配位  $U$  を生成

M: フェルミオン行列 ← 大規模粗行列  
多くの  $M^{-1}$  の計算 (CG法等) が必要  
→ 計算のボトルネック



# 有限密度格子QCD

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{O} \boxed{\det M} e^{-S_g} \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{O}_i$$

- クォーク化学ポテンシャル $\mu_q$ を導入 → 符号問題
  - フェルミオン行列式が複素数になる
  - そのままでは確率解釈できない
  - フェルミオン行列の値は配位ごとに振動してしまい、平均を計算することが困難
- 符号問題への対策
  - $\mu_q$ のTaylor展開、純虚数 $\mu_q$ からの解析接続、再重み付け等
  - 複素Langevin法、Lefschetz thimble法、テンソルネットワーク法等



# Taylor展開

- 圧力  $P$  を  $\vec{\mu} = 0$  の周りで展開する

$$\frac{P(T, \vec{\mu})}{T^4} = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} \frac{1}{i!j!k!} \chi_{ijk}^{BQS}(T) \hat{\mu}_B^i \hat{\mu}_Q^j \hat{\mu}_S^k$$

$$\chi_{ijk}^{BQS}(T) \equiv \frac{\partial^{(i+j+k)}}{\partial \hat{\mu}_B^i \partial \hat{\mu}_Q^j \partial \hat{\mu}_S^k} \frac{P(T, \vec{\mu})}{T^4} \Big|_{\vec{\mu}=0} \quad \leftarrow \text{フェルミオン行列の逆行列と}\mu\text{微分の様々な積のトレースで書ける}$$

- ストレンジネス中性条件

$$n_S \equiv \chi_1^S(T, \vec{\mu}) = 0$$

- バリオン数密度と電荷密度に対する条件

$$\frac{n_Q}{n_S} \equiv \frac{\chi_1^Q(T, \vec{\mu})}{\chi_1^B(T, \vec{\mu})} = \frac{N_P}{N_P + N_N} \quad \text{Au原子の場合 0.4}$$

拘束条件

$$\hat{\mu}_Q(T, \mu_B) = q_1(T) \hat{\mu}_B + q_3(T) \hat{\mu}_B^3 + O(\hat{\mu}_B^5)$$

$$\hat{\mu}_S(T, \mu_B) = s_1(T) \hat{\mu}_B + s_3(T) \hat{\mu}_B^3 + O(\hat{\mu}_B^5)$$

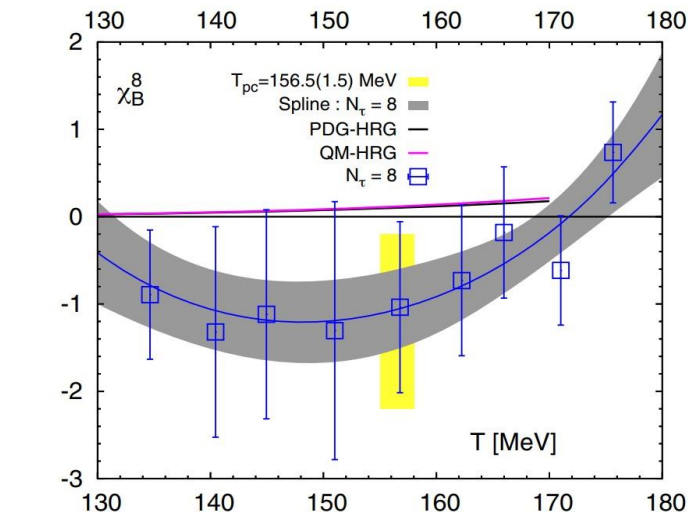
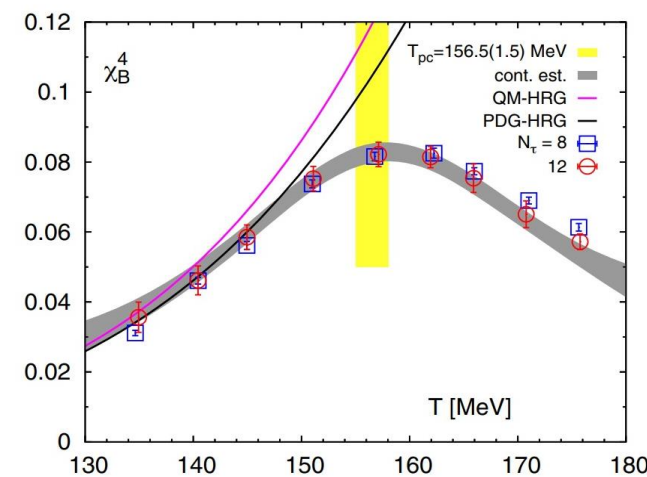
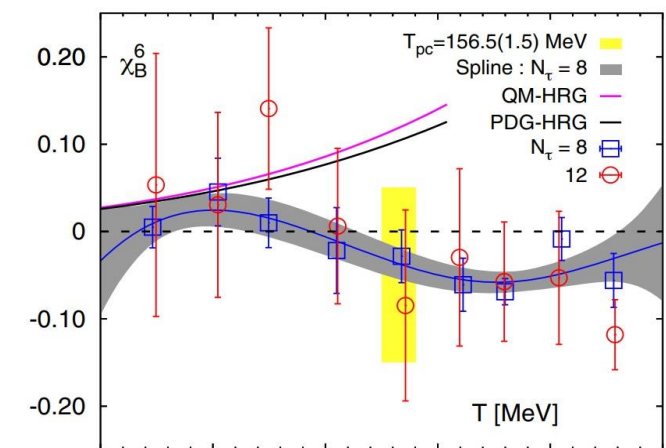
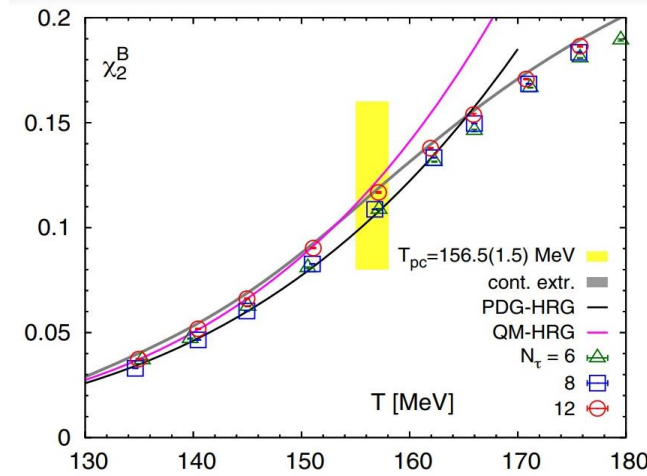
$$\chi_n^B(T, \mu_B) = \sum_{k=0} \tilde{\chi}_n^{B,k}(T) \hat{\mu}_B^k$$

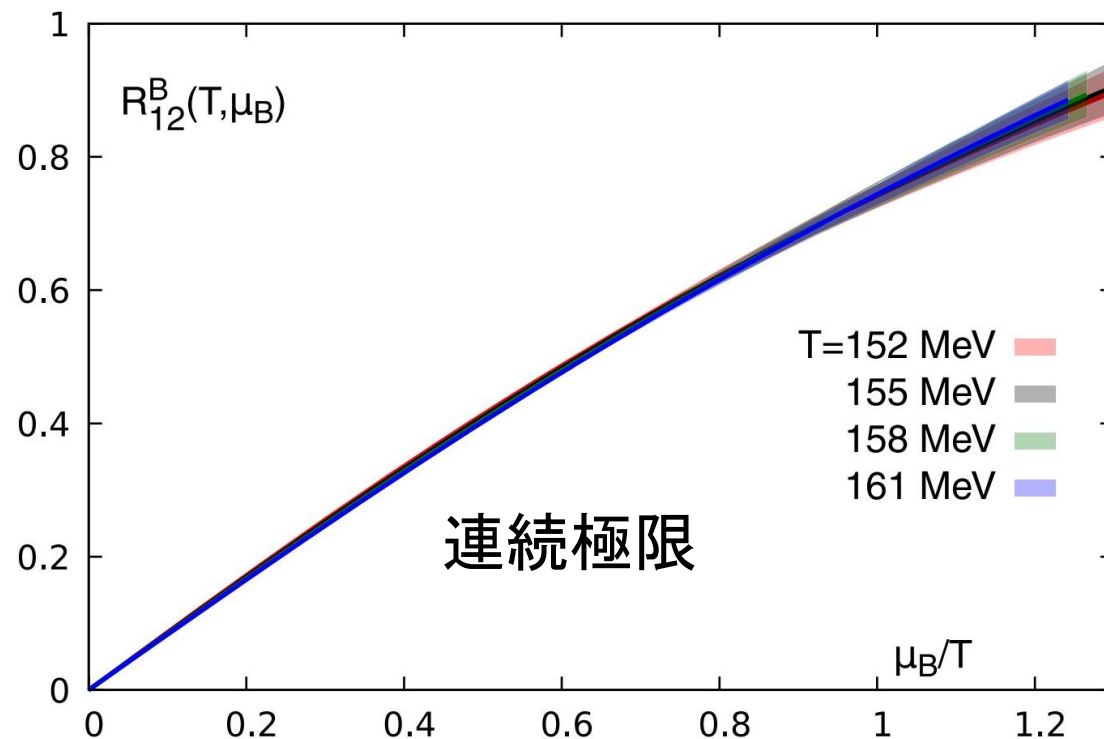
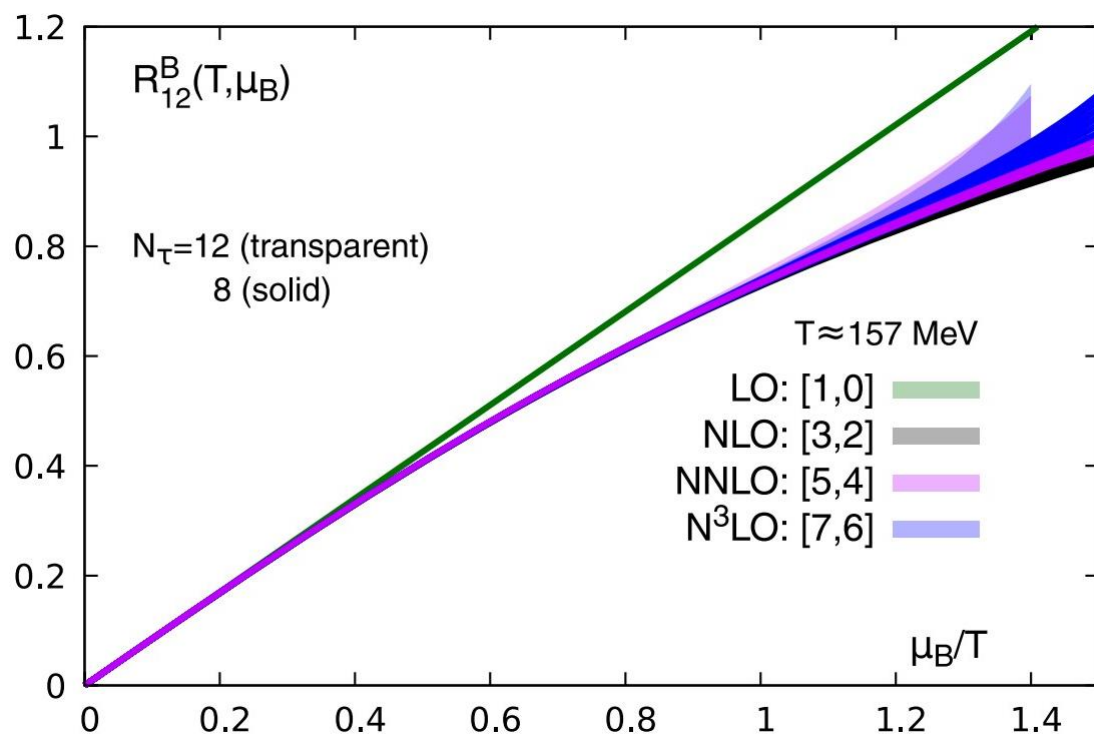


# 展開係数

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502

- ゼロ密度での展開係数の例
  - Highly Improved Staggered Quark作用を用いて計算
  - $N_\tau = 6, 8, 12$  (格子間隔の違い)
  - $T_{pc}$ : クロスオーバー温度
  - バンド: 連続極限、またはスプライン
- HRG = Hadron Resonance Gas モデル
  - 相互作用しないハドロンを用いたモデル
  - PDG-HRG: Particle Date Book に載っているハドロンのみ
  - QM-HRG: Quarkモデルの予言も含める



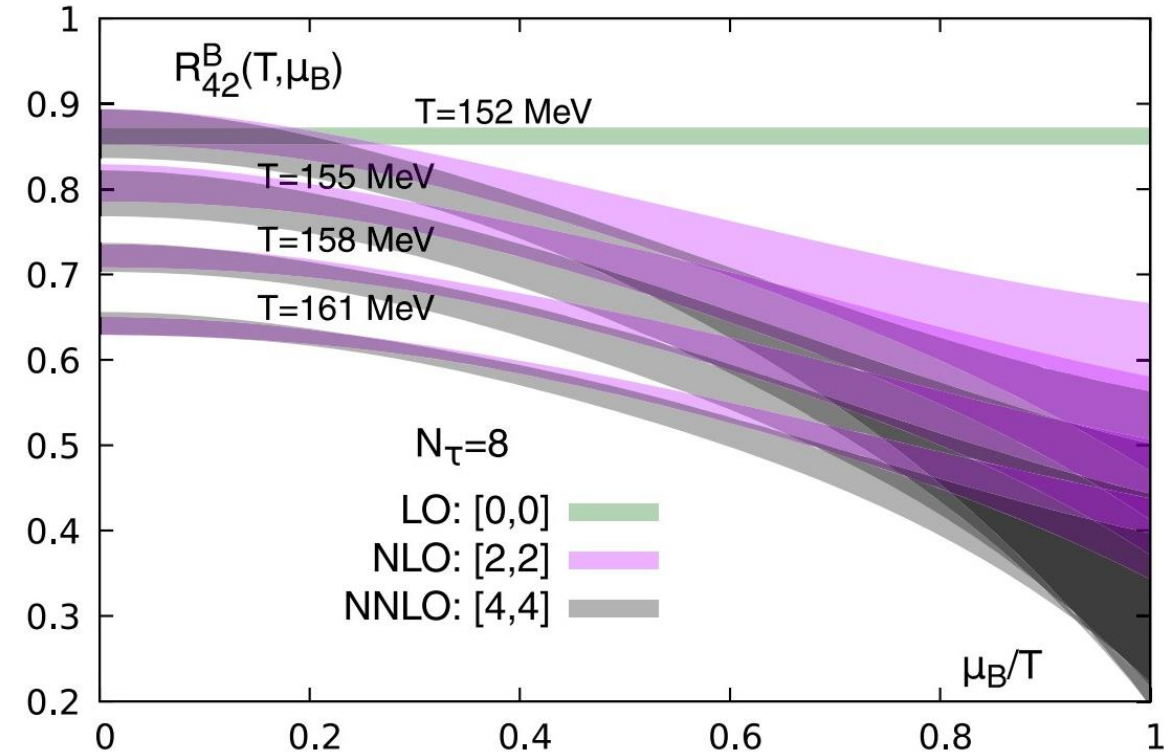
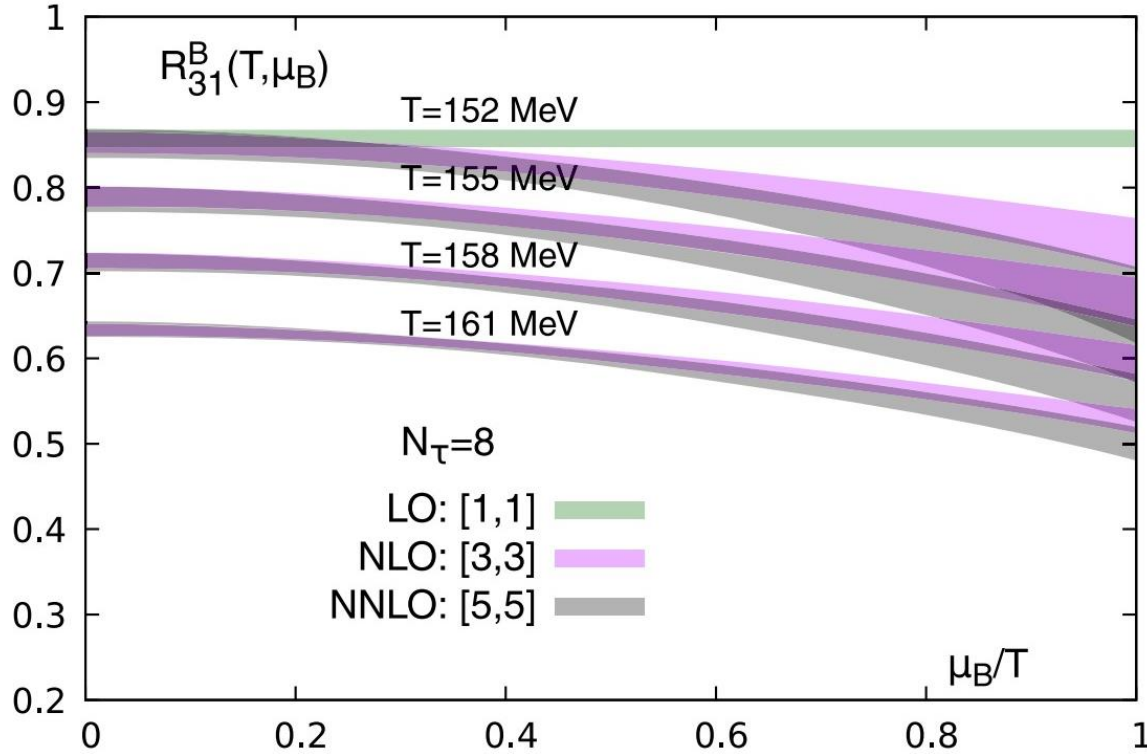


- 展開の収束性がよい
- 温度依存性は小さい
- 化学ポテンシャルに対して単調増加

$$R_{12}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_1^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \frac{M_X}{\sigma_X^2}$$

# $R_{31}, R_{42}$

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502

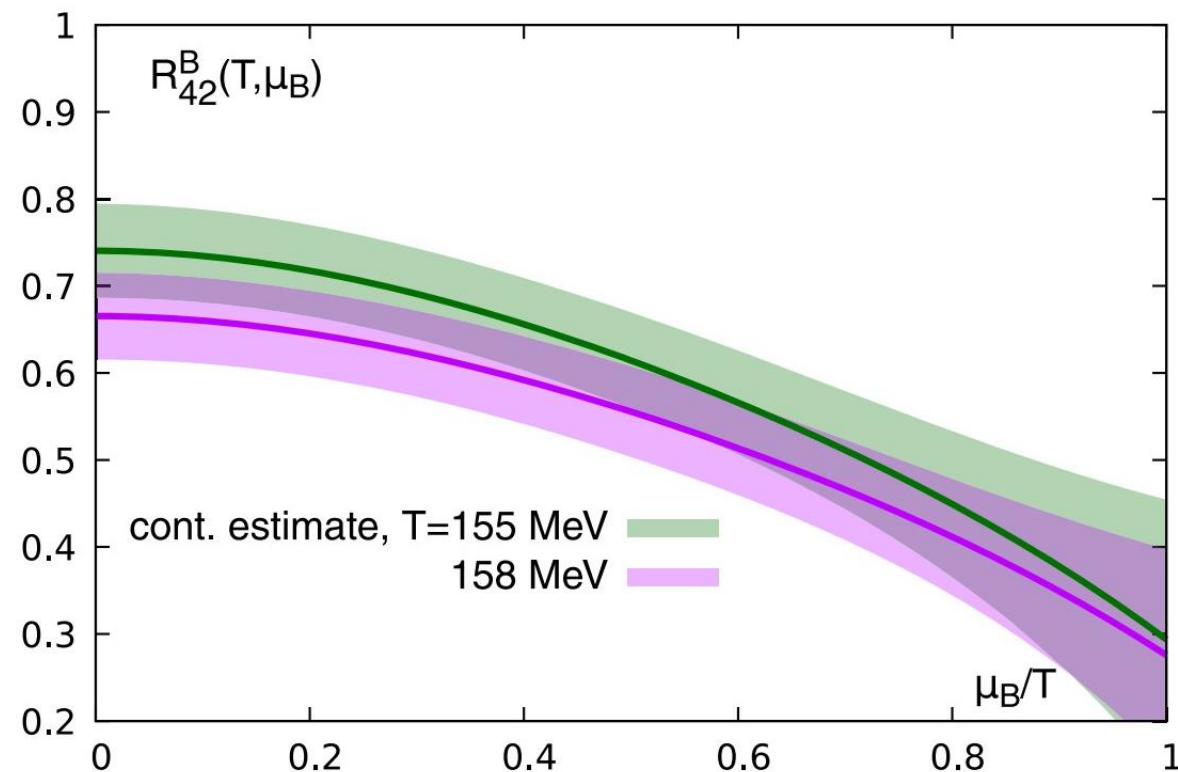
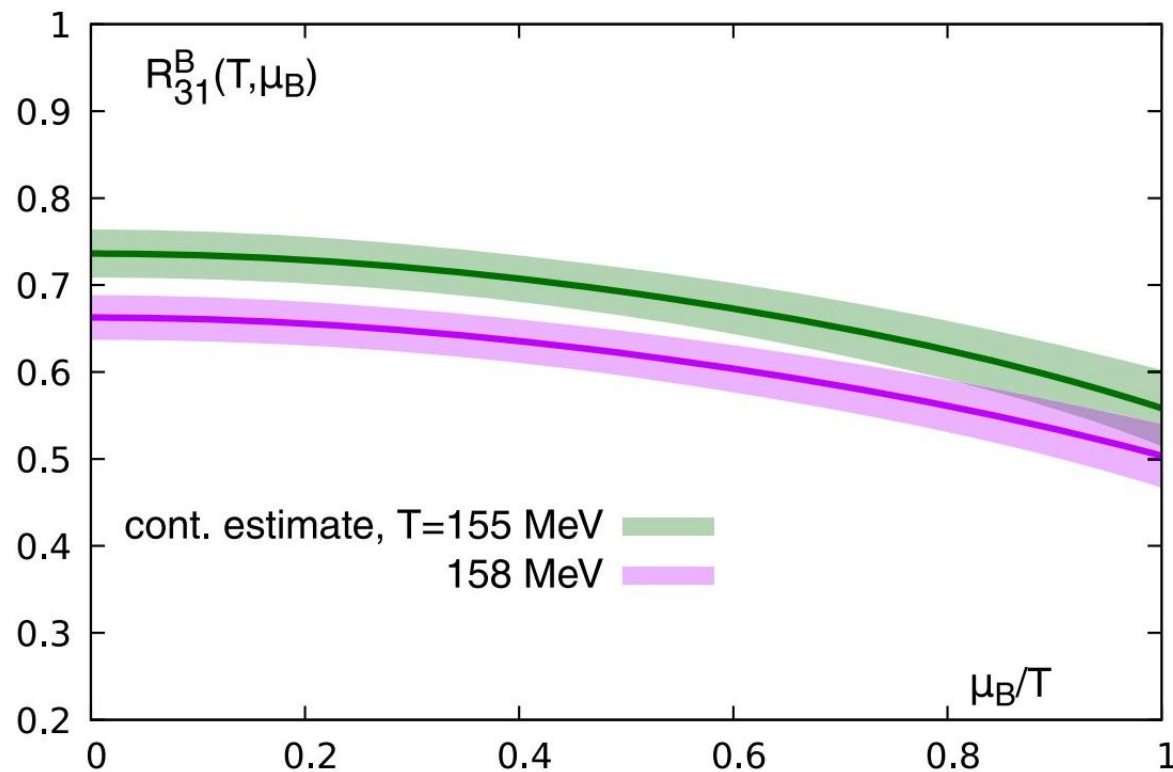


- LOでは $R_{31}$ と $R_{42}$ はほぼ同じ
- 高次補正は $R_{42}$ の方が約3倍大きい
- $R_{21}$ の補正よりはるかに大きい

$$R_{31}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_3^X(T, \vec{\mu})}{\chi_1^X(T, \vec{\mu})} = \frac{S_X \sigma_X^3}{M_X} \quad R_{42}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_4^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \kappa_X \sigma_B^2$$

# $R_{31}, R_{42}$ (連続極限)

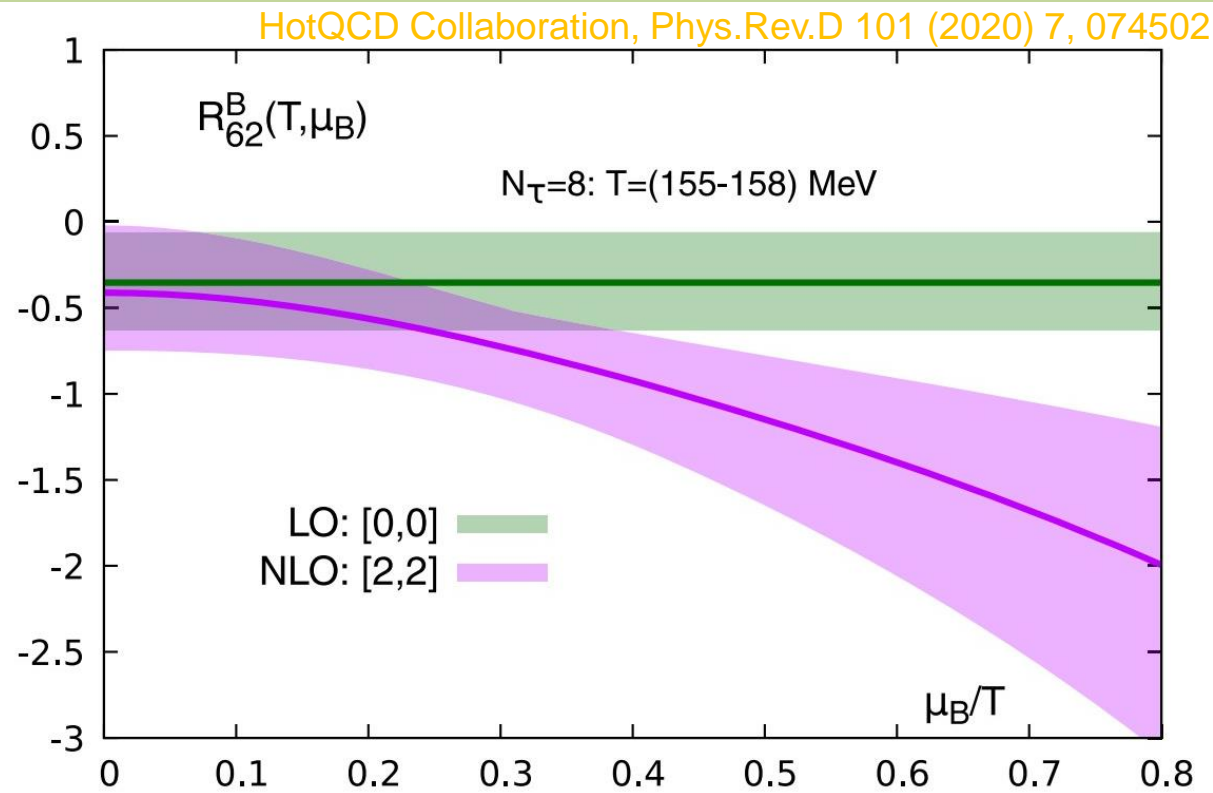
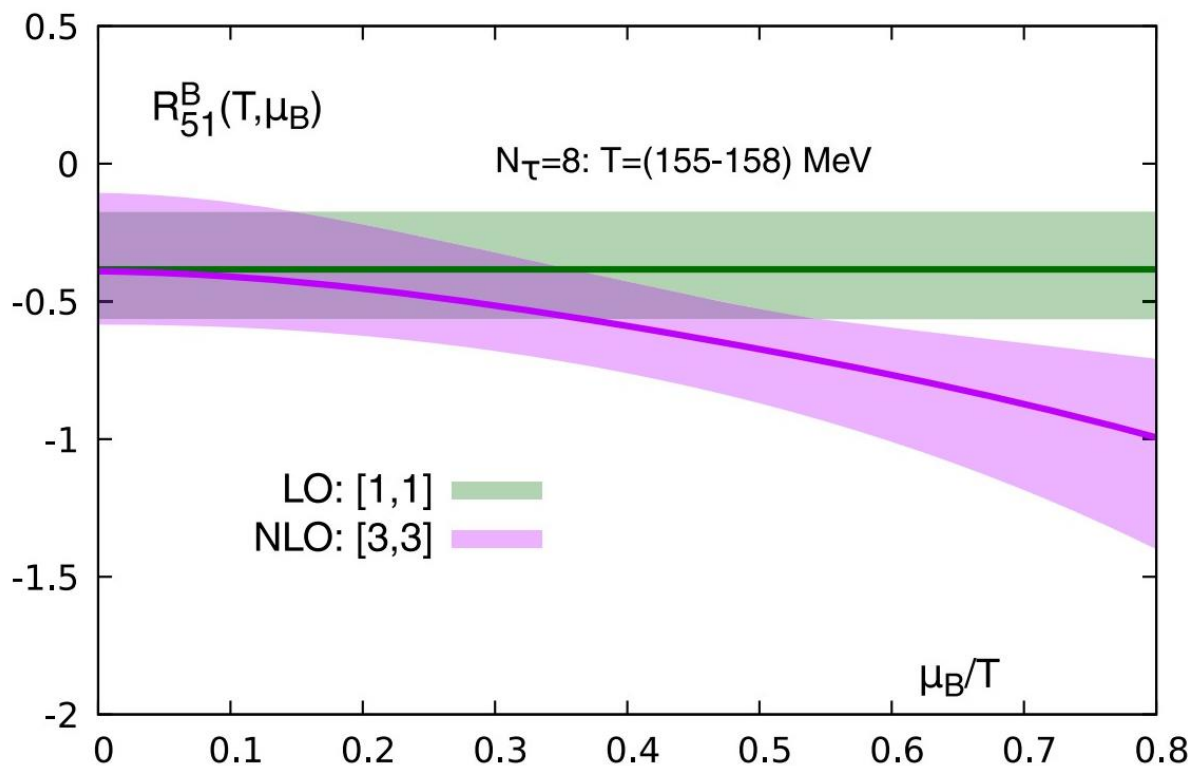
HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502



- $T = 155 - 158$  MeV: ゼロ密度におけるクロスオーバー温度の誤差

$$R_{31}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_3^X(T, \vec{\mu})}{\chi_1^X(T, \vec{\mu})} = \frac{S_X \sigma_X^3}{M_X} \quad R_{42}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_4^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \kappa_X \sigma_B^2$$

# $R_{51}, R_{62}$



- $T = 155 - 158 \text{ MeV}$ : ゼロ密度におけるクロスオーバー温度の誤差
- $N_\tau = 8$  のデータのみ (連続極限はとらない)
- ほぼ  $R_{31}, R_{42}$  と同様の振る舞い
- 収束がさらに遅い

化学ポテンシャルの小さい領域で  
次の関係が成り立ちそう

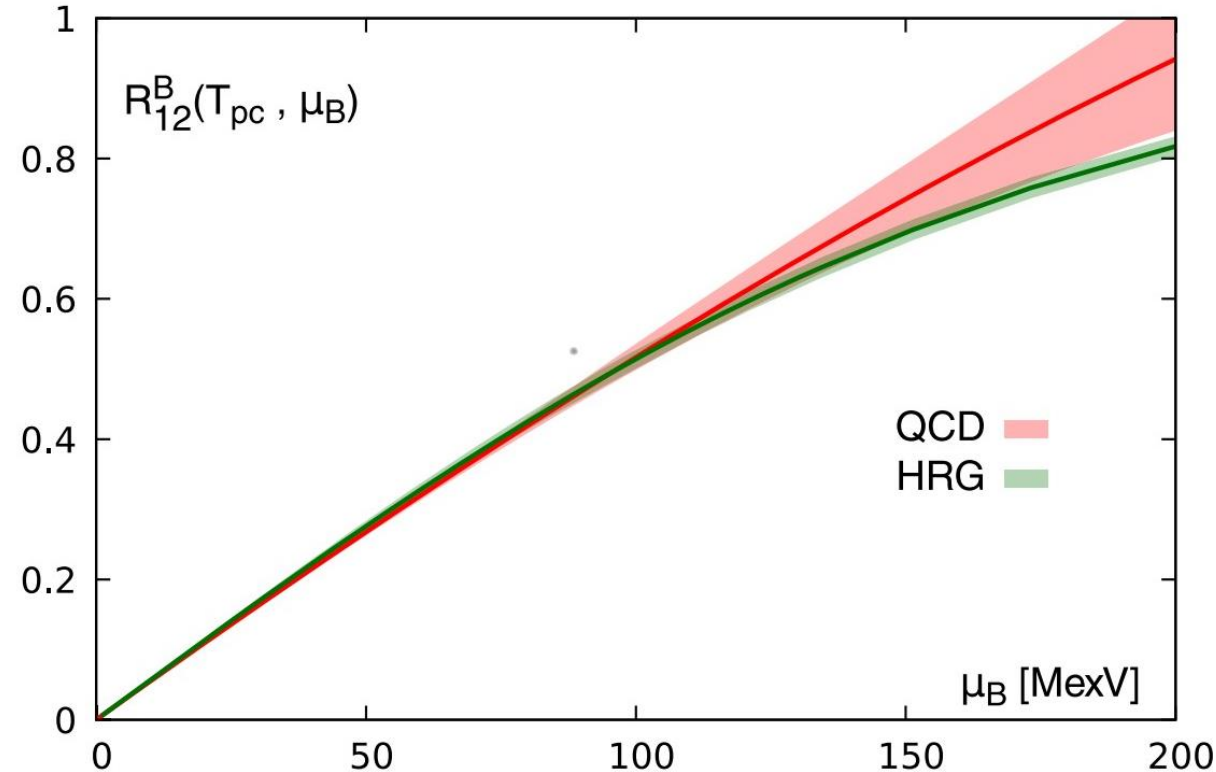
$$R_{62} < R_{51} < R_{42} < R_{31}$$



# HRGモデルと $R_{12}$ の比較

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502

- クロスオーバーライン上のHRGの結果とQCDの結果が $\mu_B/T \leq 1$ でよく一致
- HRGモデル
  - 実験でchemical freeze-outのパラメータを決める際に用いられる
  - $\mu_B/T \leq 1 \rightarrow \sqrt{s_{NN}} \geq 27$  GeV
- $R_{12}$  は化学ポテンシャルについて単調増加  
→  $\mu_B$  の代わりに  $R_{12}$  を用いて実験と比較

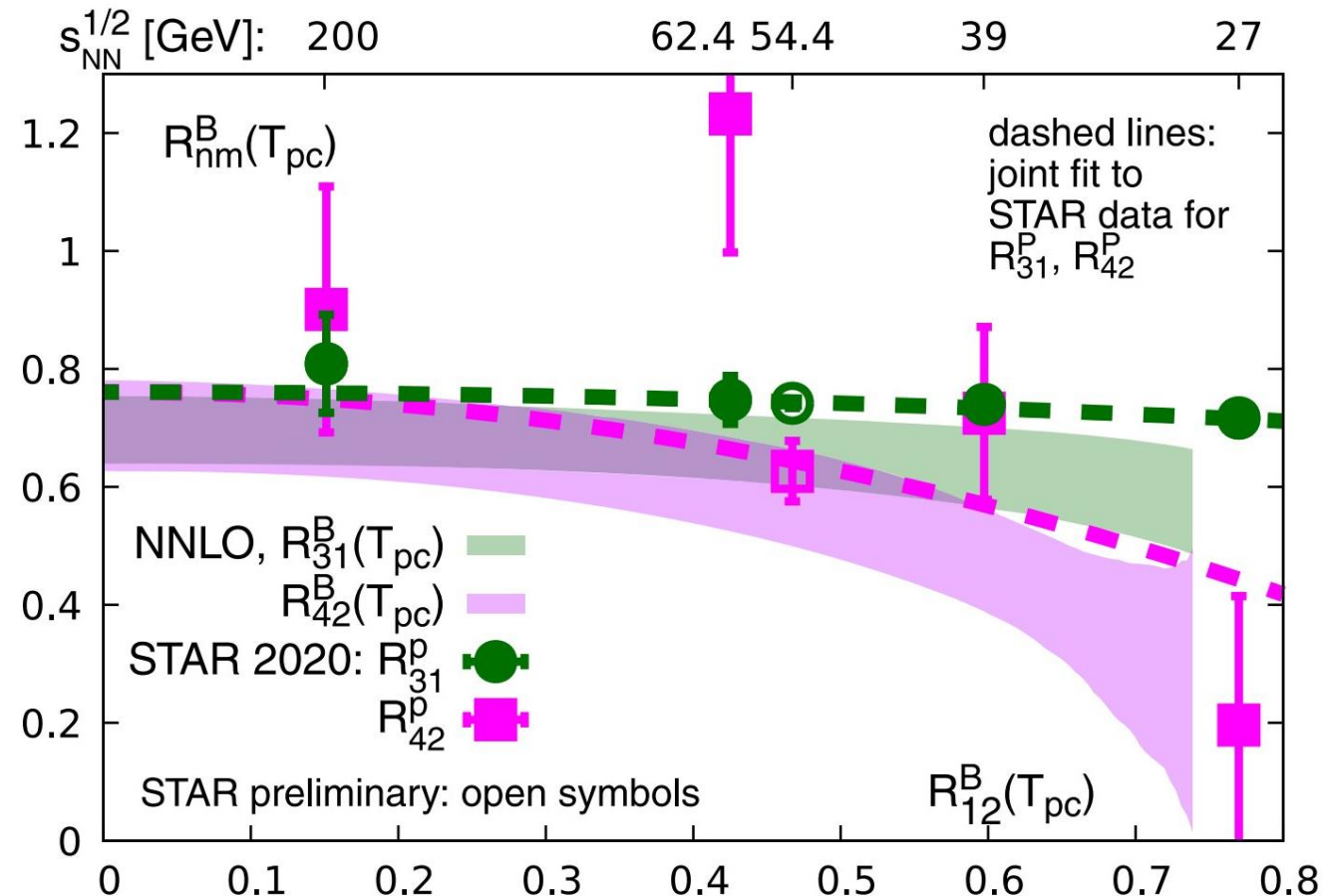


$$R_{12}^X(T, \vec{\mu}) \equiv \frac{\chi_1^X(T, \vec{\mu})}{\chi_2^X(T, \vec{\mu})} = \frac{M_X}{\sigma_X^2}$$

# STAR実験との比較: $R_{31}, R_{42}$

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502

- 実験で観測されるのはバリオン数密度ではなく、陽子数密度
- $R_{31}$  は実験と格子QCDの結果両方とも  $R_{12}$  (つまり、 $\mu_B$ ) 依存性が少ない  
→  $R_{12}$  の比較はあまり意味をなさない
- $R_{31}, R_{42}$  とともに実験と格子QCDの結果は同様の振る舞いをしている
- $R_{31}, R_{42}$  の値は実験の方が常に少し大きい  
→ freeze-out温度はクロスオーバー温度より若干小さい可能性がある



J. Adam et al. (STAR Collaboration), arXiv:2001.02852

T. Nonaka (STAR Collaboration), arXiv:2002.12505

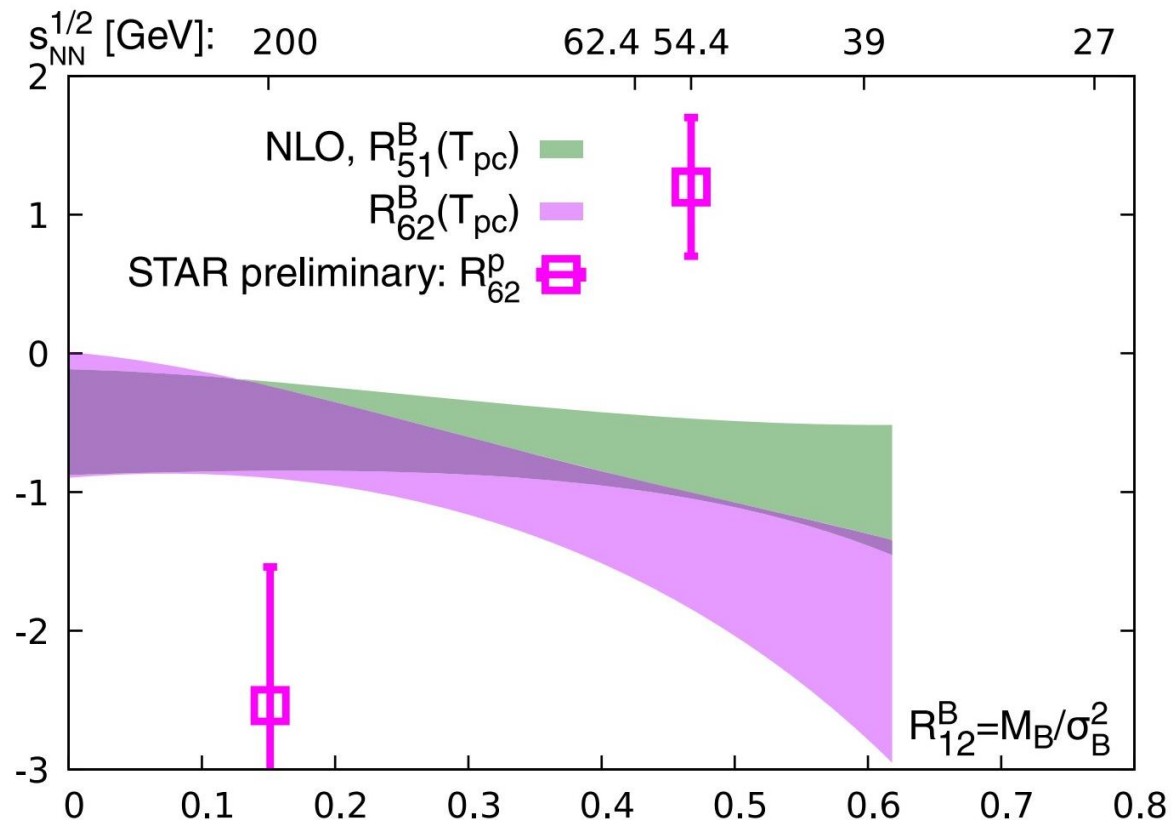
A. Pandav (STAR Collaboration), arXiv:2003.12503.



# 実験との比較: $R_{51}, R_{62}$

- 実験結果と格子QCDの結果は大きく異なる
- 実験結果の2点を同時に満たすためには、Taylor展開のより高次の寄与 ( $\chi_B^{10}$ 等)が必要

HotQCD Collaboration, Phys.Rev.D 101 (2020) 7, 074502



J. Adam et al. (STAR Collaboration), arXiv:2001.02852

T. Nonaka (STAR Collaboration), arXiv:2002.12505

A. Pandav (STAR Collaboration), arXiv:2003.12503.

# まとめ

- Taylor展開の方法を用いて、バリオン数密度について様々なキュムラントの比を格子QCDシミュレーションにより計算した
- $R_{31}$ 、 $R_{42}$ については、実験と格子QCD計算で同様の振る舞いが見られた
  - 常に実験結果の方が若干大きいことから、freeze-out温度はクロスオーバー温度より若干小さいことが示唆される
- $R_{51}$ 、 $R_{62}$ については、実験と格子QCD計算で大きく異なる結果が得られた
  - Taylor展開のより高次の補正が必要