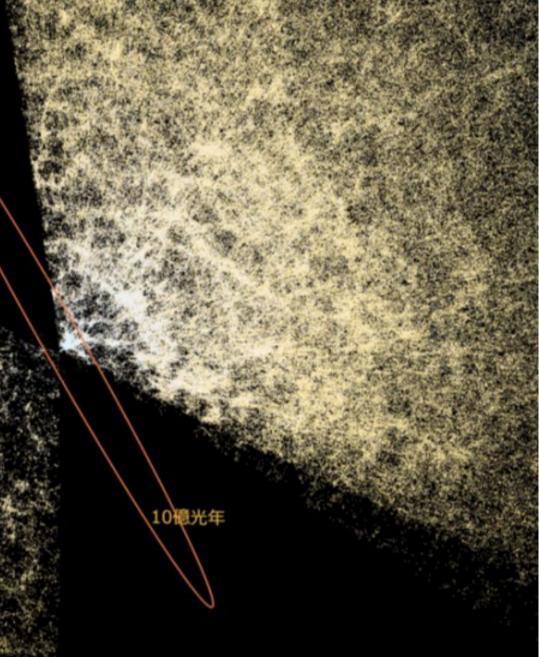
# 宇宙大規模構造形成における宇宙論的ニュートリノの数値シミュレーション

#### 筑波大学計算科学研究センター 吉川耕司

宇宙史研究センター 成果報告会 2021年11月26日

# 宇宙大規模構造

- 天の川銀河の外にいる銀河の空間分布
- 銀河のたくさん存在する領域 がフィラメント状に存在する。
- 宇宙全体の質量分布を反映していると考えられている。



Sloan Digital Sky Survey 国立天文台4次元宇宙プロジェクト

# 宇宙大規模構造

- ほぼ一様な密度を持つ物質(主に、ダークマター)が重力相互作用によって運動することで宇宙大規模構造が形成される。
- 宇宙を構成する成分(ダークマター、バリオン、ニュートリノ)の初期状態や 物理的性質を反映。
- 宇宙大規模構造の観測からダークマターの性質や宇宙の初期状態を知ることができる。

# 宇宙におけるニュートリノ

- 素粒子の標準模型ではニュートリノ質量は 0
  宇宙大規模構造形成においては光子と同様の振る舞い
- ニュートリノ振動の発見によって0でない質量を持つことが判明

 $0.05~{
m eV} \le \sum_i m_{\nu}^i \le 0.2~{
m eV}$  デ宙マイクロ波背景放射 ニュートリノ振動

■ 初期宇宙で photon から脱結合した宇宙論的なニュートリノの数密度

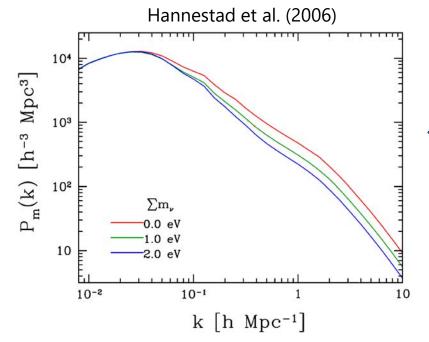
$$\bar{n}_{\nu} = \frac{3}{11}\bar{n}_{\gamma} = 113\,\text{cm}^{-3}$$
  $\longrightarrow$   $\Omega_{\nu 0} = 0.0234\left(\frac{\sum_{i} m_{\nu}^{i}}{1\,\text{eV}}\right)$ 

- 宇宙大規模構造に対する影響
  - 非相対論的になる赤方偏移  $1+z_{\rm nr}=200\left(\frac{m_{\nu}}{0.1~\rm eV}\right)$

非相対論的になったニュートリノ がダークマターと重力相互作用

# ニュートリノ質量のプローブとしての大規模構造

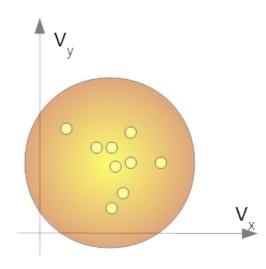
- ◆ 無衝突減衰 (collisionless damping / free streaming)
  - 臨界波数  $k_{\rm FS}=\left(\frac{4\pi G\bar{\rho}a^2(t)}{\sigma_n^2}\right)^{1/2}$  よりも小スケールの密度揺らぎが減衰
  - ニュートリノの速度分散:  $\sigma_{\nu} \simeq 150(1+z) \left(\frac{m_{\nu}}{1 \mathrm{eV}}\right)^{-1} \mathrm{km/s}$
  - 減衰の強さがニュートリノ質量に依存



- ◆ 宇宙大規模構造の観測からニュートリノ質量の制限が可能
- ▶ ニュートリノの質量階層も原理的には観測で決定可 能
- ◆ ニュートリノ密度揺らぎの非線形効果を取り入れる ために数値シミュレーションが必要

# N体シミュレーション

- ◆ 6次元位相空間の物質分布を超粒子近似でサンプリング
- ◆ サンプリングした点の運動を運動方程式に従って数値的に解く
- ◆ 物理量(密度場・速度場)などにショットノイズが内在する。
- ◆ 分布関数のテイルの部分は相対的にサンプリングされにくい
  - → テイル部分が重要な役割を果たす運動論的現象を表現するのが不得手
    - 無衝突減衰、二流不安定



## Vlasov 方程式

◆ ある Hamiltonian に従う多数の粒子の分布関数の時間発展

 $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p},t)$ :分布関数 (位相空間での粒子の数密度)

● 無衝突 Boltzmann 方程式(Vlasov方程式)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = 0$$
位相空間での移流速度

Hamilton 方程式(運動方程式)

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{p}} \qquad \qquad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}}$$

● 自己重力系のHamiltonian

$$H(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) = \frac{p^2}{2m} + \phi(\boldsymbol{x})$$

## Vlasov シミュレーション

◆ 分布関数を有限体積法で離散化することで、Vlasov方程式を直接数値的に解いて分布関数の時間発展を得る

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = 0$$

- ショットノイズの影響を避けられる
- 分布関数のテイルを再現できるので、運動論的効果も計算できる
- 6次元位相空間を離散化
  - かなり膨大なメモリ容量が必要。計算コストも大きい。 空間分解能はあまり期待できない
- 偏微分方程式の数値解法● 高次精度スキームの必要性
- ◆ N体シミュレーションに替わる独立なシミュレーション手法 長所・短所は互いに相補的

## N-body + Vlasov Simulation

◆ CDM(ダークマター)とニュートリノの2成分系での宇宙大規模構造形成

CDM (cold dark matter) は速度空間ではほとんど広がりを持たない

CDM: Particle-Mesh法 / TreePM法によるN体シミュレーション

$$\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{x}_i}{\mathrm{d}t^2} + 2H(t)\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\nabla \phi(\boldsymbol{x}_i)}{a(t)^2}$$

• ニュートリノ: Vlasov-Poisson シミュレーション

宇宙論的共動座標系におけるVlasov方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{a^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0$$

● Poisson 方程式

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 (f_{\rm cdm} \delta_{\rm cdm} + f_{\nu} \delta_{\nu})$$

a(t): 宇宙膨張のスケール因子

$$\frac{\rho_i(\boldsymbol{x})}{\bar{\rho}} = 1 + \delta_i(\boldsymbol{x}) = \int f d^3 \boldsymbol{p}$$

# **Hybrid Vlasov/N-body Simulation**

-0.1

1.0

8.0

#### ニュートリノ密度場



0.0

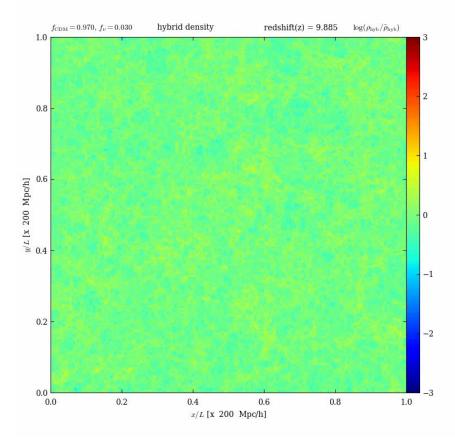
0.0

0.2

0.4

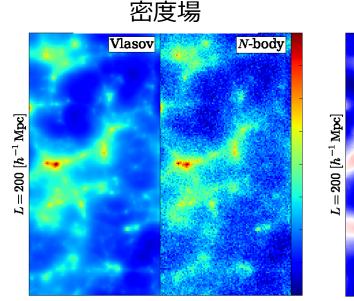
x/L [x 200 Mpc/h]

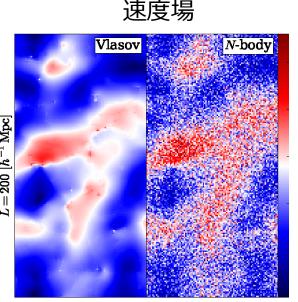
#### ダークマター密度場

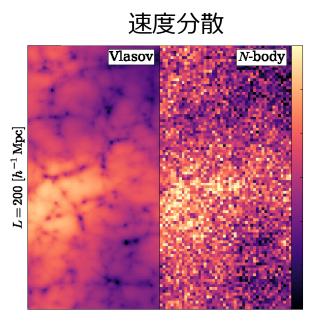


# Vlasov シミュレーションと N体シミュレーションの比較

- N体シミュレーションの結果は細かい構造がショットノイズに埋もれてしまう
- 速度の高次のモーメントほど、速度分布のテイル部分の情報を拾うためショット ノイズの影響が大きい。
- ニュートリノの数値シミュレーションにはVlasovシミュレーションが適している。
- ニュートリノの密度ゆらぎはそもそも小さいのでノイズが無いというのは重要



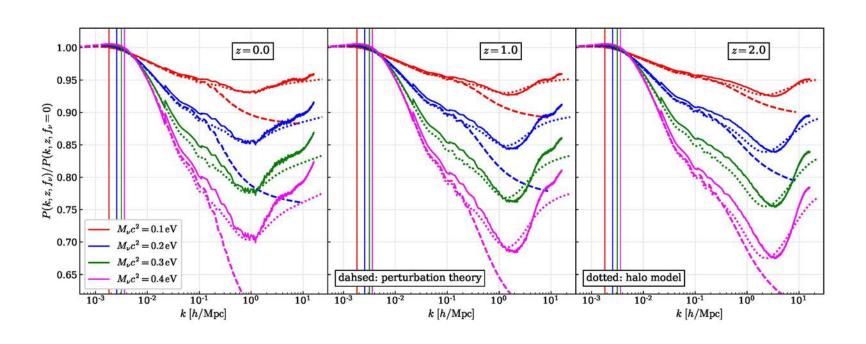




■ 密度揺らぎのパワースペクトル

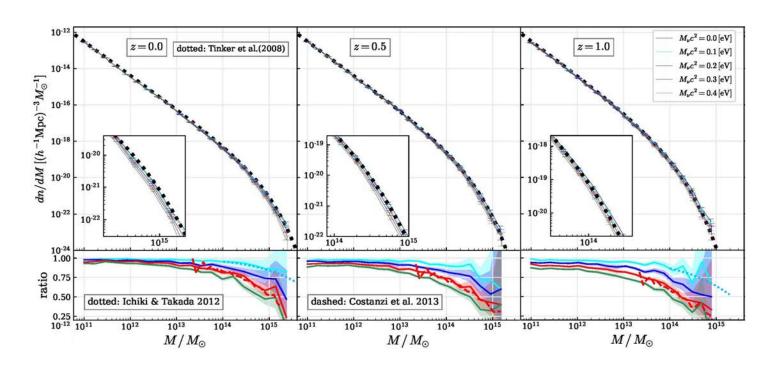
$$P(k) = \langle |\hat{\delta}(\vec{k})|^2 \rangle$$

密度揺らぎ: 
$$\delta(\vec{x}) = \rho(\vec{x})/\bar{\rho} - 1$$



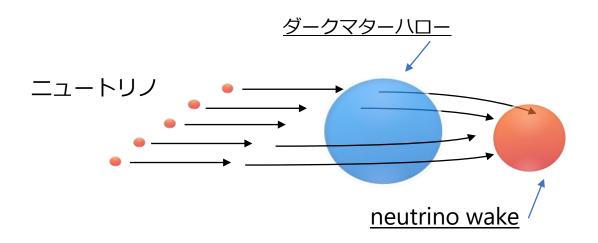
- ニュートリノの質量が大きいほど、密度揺らぎが小さくなる。
- 数100Mpc以上のスケールまで観測しないと減衰の効果だけを取り出すのは困難

■ ダークマターハローの質量分布



- 銀河団に相当する10<sup>14</sup>~10<sup>15</sup>太陽質量のダークマターハローの数密度が減少。
- ニュートリノ質量が大きいほど、減少幅が大きい。

- ダークマターとニュートリノの相対速度によるニュートリノ航跡(ウェイク)
- ダークマターとニュートリノの相対速度は10Mpc以上のスケールに亘ってコヒーレント
- gravitational focusing によってダークマターハローの下流側に neutrino の高密度な領域 (neutrino wake) が形成される。



■ ダークマターとニュートリノの距離と相対速 度に対する角度についての二点相互相関関数

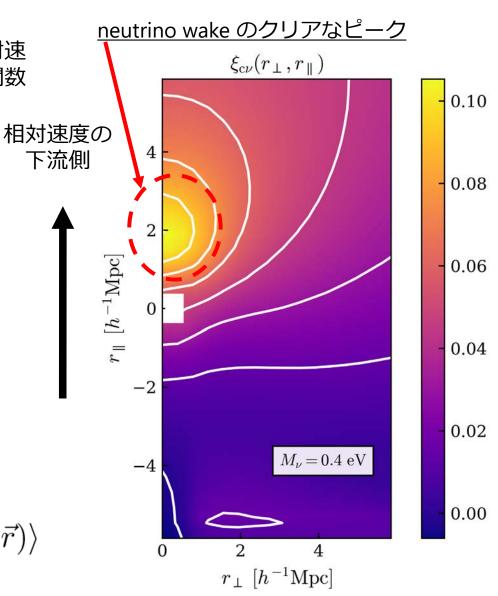
relative velocity between DM and  $\nu$ 

$$[\vec{v}_{c\nu}(\vec{x} + \vec{r}) + \vec{v}_{c\nu}(\vec{x})]/2$$

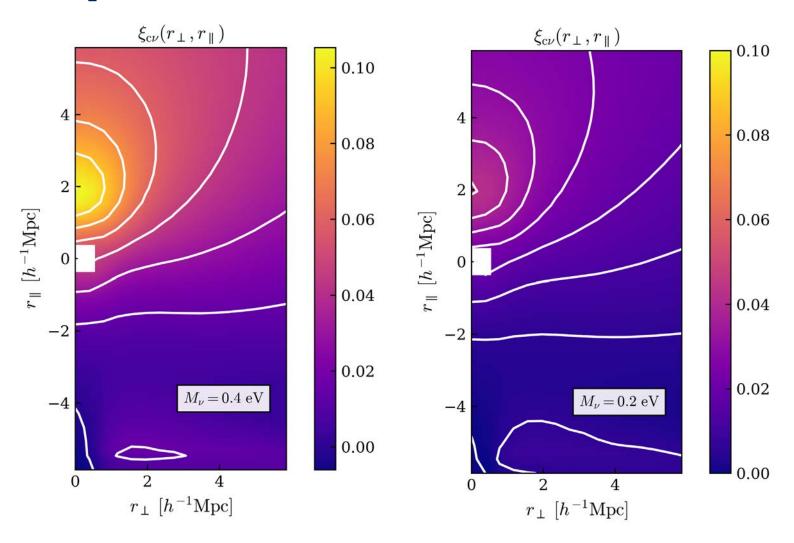
$$\theta \qquad \delta_{\nu}(\vec{x} + \vec{r})$$

$$\delta_{c}(\vec{x}) \qquad r_{\parallel}$$

$$\xi_{c\nu}(r,\mu=\cos\theta) = \langle \delta_{c}(\vec{x})\delta_{\nu}(\vec{x}+\vec{r})\rangle$$



# Dependence on neutrino mass



- ➤ neutrino wake のピークが ニュートリノ質量に依存
- > neutrino wake の検出によってニュートリノ質量の評価が可能

#### まとめ

- 宇宙大規模構造形成の観測からニュートリノ質量を測定するための数値 シミュレーション。
- 従来のN体シミュレーションに替えて、Vlasovシミュレーションを採用することでショットノイズの無い結果を得ることができた。
- ニュートリノの質量を測定する手掛かり:
  - 密度揺らぎのパワースペクトル
  - 銀河団の質量分布(mass function)
  - neutrino wake
- 今後の研究:ニュートリノの質量階層

 $\sum m_{
u} < 0.2\,\mathrm{eV}$  では質量固有値の縮退が解ける

質量階層の違いが宇宙大規模構造の観測でわかるかも?