

弦の場の理論と最近の進展

Recent developments of string field theory

安藤 雄史

素粒子理論グループ

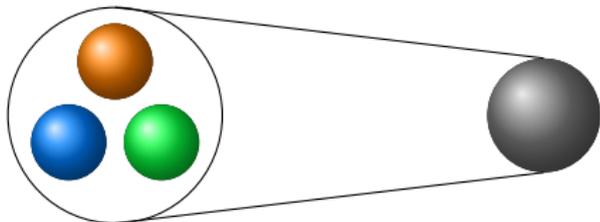
2023年6月27日

宇宙史研究センター 2023年度第1回構成員会議・成果報告&交流会

Based on [PTEP 2023 \(2023\) 063B02](#), [arXiv:2302.03928](#), [iNSPIRE]
[arXiv:2307.xxxxx](#)

素粒子論

| | | | | | |
|------------------------------|---|---|--|-------------------------------------|--|
| mass → charge → spin → | +2/3 MeV/c ² 2/3 1/2 u up | +1.275 GeV/c ² 2/3 1/2 c charm | +173.207 GeV/c ² 2/3 1/2 t top | 0 0 1 g gluon | +126 GeV/c ² 0 0 H Higgs boson |
| QUARKS | +1/3 MeV/c ² -1/3 1/2 d down | +161 MeV/c ² -1/3 1/2 s strange | +4.18 GeV/c ² -1/3 1/2 b bottom | 0 0 1 γ photon | |
| | 0.511 MeV/c ² -1 1/2 e electron | 105.7 MeV/c ² -1 1/2 μ muon | 1.777 GeV/c ² -1 1/2 τ tau | 0 0 1 Z Z boson | GAUGE BOSONS |
| LEPTONS | <2 eV/c ² 0 1/2 ν_e electron neutrino | <0.17 MeV/c ² 0 1/2 ν_μ muon neutrino | <15.5 MeV/c ² 0 1/2 ν_τ tau neutrino | 0 +1 1 W W boson | |



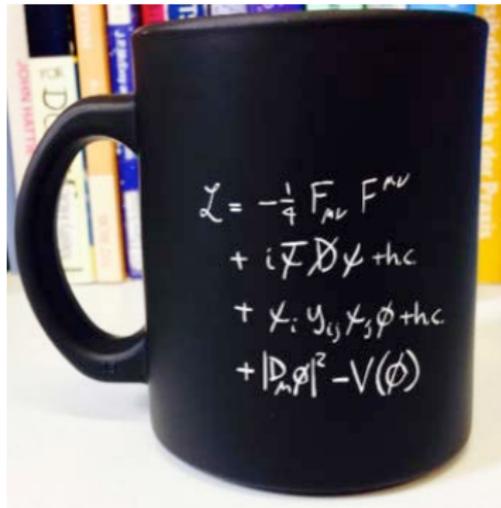
クォークやレプトン
(点粒子)

陽子や中性子

引用:Wikipedia 『標準模型』

物質の最小構成要素を解明する理論
現在実験で 17 種類の粒子が見つまっている。

素粒子標準模型



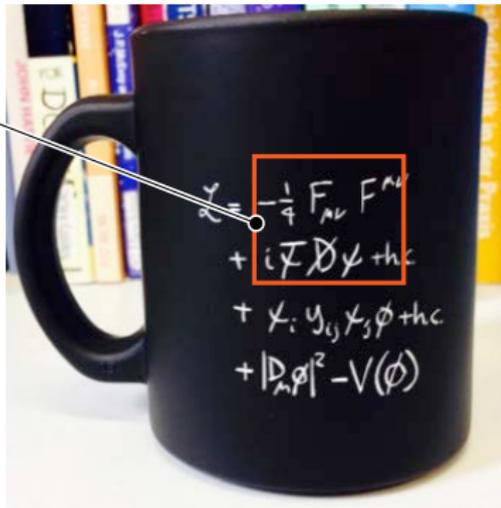
[https://home.cern/news/news/cern/
sit-down-coffee-standard-model](https://home.cern/news/news/cern/sit-down-coffee-standard-model)

素粒子標準模型

電子と電磁場の Lagrangian

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + i\bar{\psi}(\gamma^\mu\partial_\mu + m)\psi$$

Maxwell 方程式や Dirac 方程式が出る。



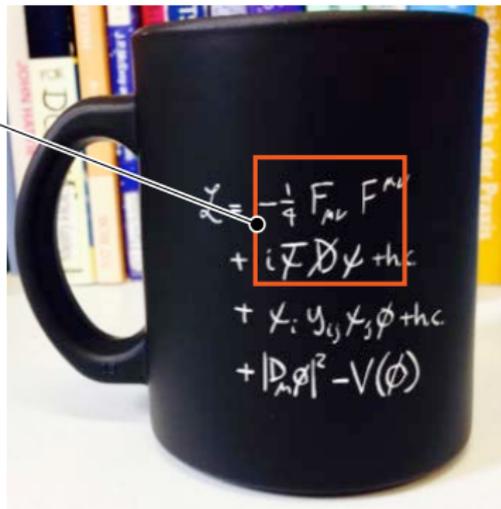
<https://home.cern/news/news/cern/sit-down-coffee-standard-model>

素粒子標準模型

電子と電磁場の Lagrangian

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + i\bar{\psi}(\gamma^\mu\partial_\mu + m)\psi$$

Maxwell 方程式や Dirac 方程式が出る。



[https://home.cern/news/news/cern/
sit-down-coffee-standard-model](https://home.cern/news/news/cern/sit-down-coffee-standard-model)

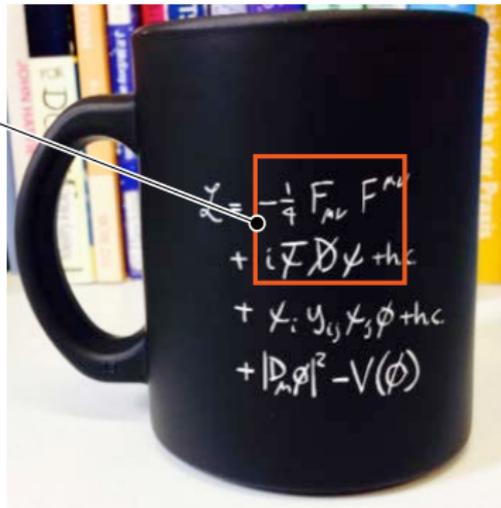
この Lagrangian で完璧なの？

素粒子標準模型

電子と電磁場の Lagrangian

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + i\bar{\psi}(\gamma^\mu\partial_\mu + m)\psi$$

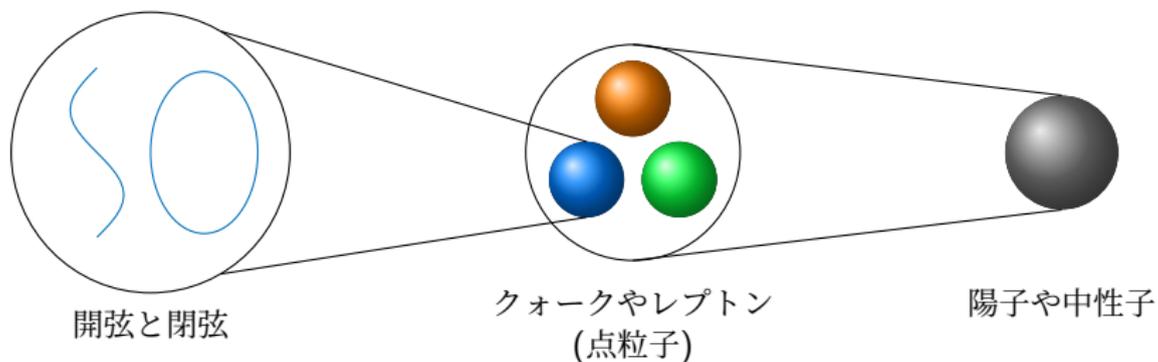
Maxwell 方程式や Dirac 方程式が出る。



<https://home.cern/news/news/cern/sit-down-coffee-standard-model>

この Lagrangian で完璧なの?
⇒ 重力をはじめ、いろいろ問題がある。

素粒子論と弦理論

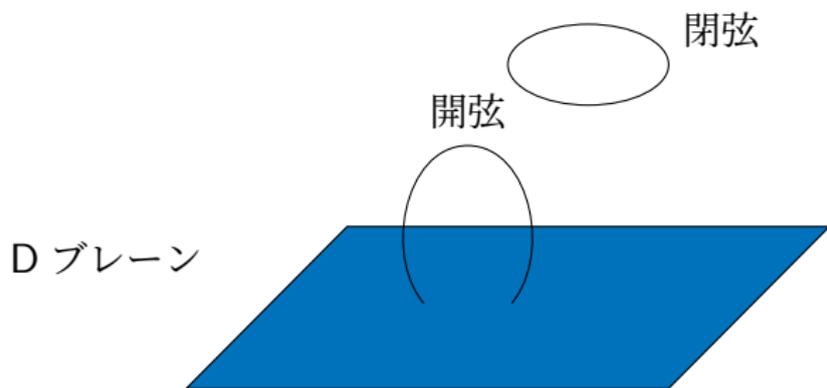


弦理論 = 物質の最小構成要素をひも状の物体だと考える理論

光子 → 開弦, 重力子 → 閉弦

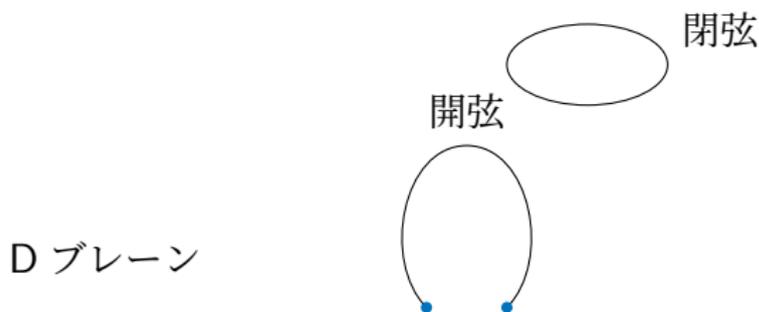
弦を基本要素として理論を作れば重力を含む完璧な理論が作れるだろう.

弦理論と D ブレーン



$$L_{\text{点粒子}} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \dots \iff \mathcal{L}_{\text{弦}} = \frac{1}{2}M\dot{X}^2 + \dots$$

弦理論と D ブレーン

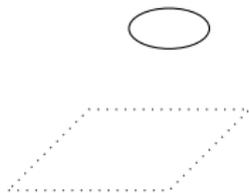


$$L_{\text{点粒子}} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \dots \iff \mathcal{L}_{\text{弦}} = \frac{1}{2}M\dot{X}^2 + \dots$$

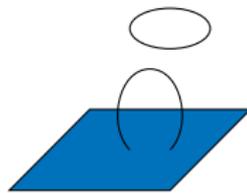
$$X \Big|_{\text{端点}} = (\text{D ブレーンの情報})$$

摂動的な弦理論

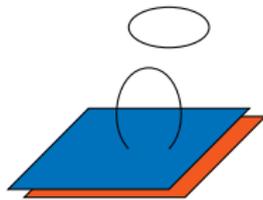
現在の弦理論は摂動的 (近似的) な理論.
D ブレーンの情報は最初に手で与える必要がある.



D ブレーン 0 枚の弦理論



1 枚の弦理論



2 枚の弦理論

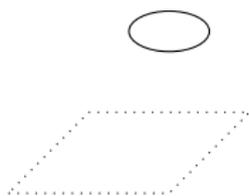
...

...

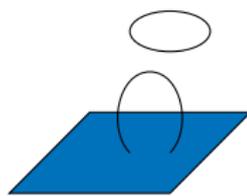
摂動的な弦理論

現在の弦理論は摂動的 (近似的) な理論.

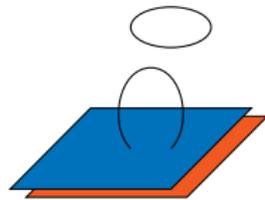
D ブレーンの情報は最初に手で与える必要がある.



~~D ブレーン 0 枚の弦理論~~



1 枚の弦理論



2 枚の弦理論

...

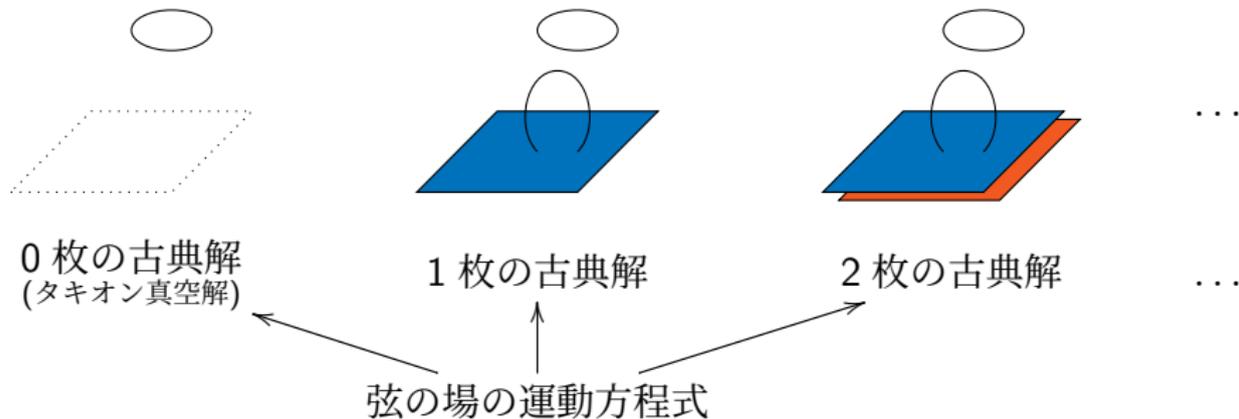
...

D ブレーンが一枚も存在しない配位は考えることが出来ない.

弦の場の理論

光子 → 電磁場

弦 → 弦の場

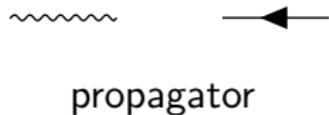


タキオン真空解周りの弦の場の理論は閉弦の場の理論になっているだろう!!

場の理論と弦の場の理論

点粒子

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \right)$$



弦

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{2} \Phi Q_c \Phi \right)$$



開弦 propagator

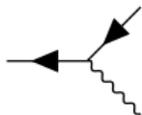


閉弦 propagator

場の理論と弦の場の理論

点粒子

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \right) - \int d^4x e\bar{\psi}\gamma^\mu \psi A_\mu$$



Feynman 図が一意的

弦

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{2} \Phi Q_c \Phi \right) + \int \Psi \Phi$$



Feynman 図が一意的に決まらない。
→ どの Feynman 図に対応するものか
指定する必要がある。

弦の場の理論

全ての相互作用がそれぞれどの Feynman 図に対応するか選ぶ必要がある。

$$\begin{aligned} S = & \int \underbrace{\left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 + \frac{1}{4} \Psi^4 + \dots \right)}_{\text{開弦}} \\ & + \int \underbrace{\left(\Psi \Phi + \frac{1}{2} \Psi^2 \Phi + \dots \right)}_{\text{開弦-閉弦相互作用}} \\ & + \int \underbrace{\left(\frac{1}{2!} \Phi Q_c \Phi + \frac{1}{3!} \Phi^3 + \frac{1}{4!} \Phi^4 + \dots \right)}_{\text{閉弦}} \end{aligned}$$

選び方が違うと振幅が変わる。

開弦 4 点振幅

3 点相互作用+propagator

4 点相互作用

パターン 1



パターン 2



パターン 3



⋮

⋮

⋮

対応させる Feynman 図によって無限に組み合わせがある。

開弦 4 点振幅

3 点相互作用+propagator

4 点相互作用

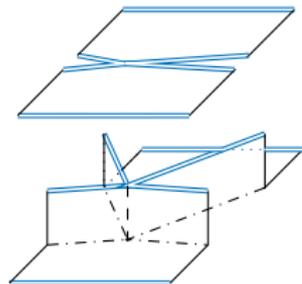
○ パターン 1



~~パターン 2~~



○ パターン 3



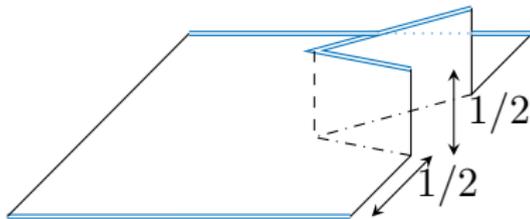
⋮

⋮

⋮

対応させる Feynman 図によって無限に組み合わせがある。
この中で摂動的な結果と矛盾しないものだけを選ぶ。

弦の場の理論



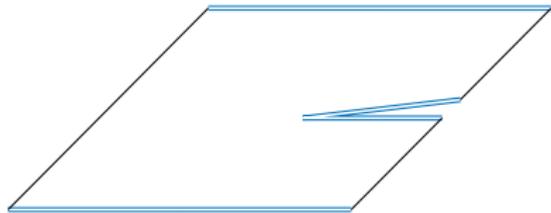
(E.Witten '86)

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 \right)$$

○ タキオン真空解

× 開弦-閉弦相互作用

→ どちらも可能なハイブリッドな理論を探す.



(T.Kugo-B.Zweibach '92)

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 + \frac{1}{4} \Psi^4 \right) \\ + \int \left(\Psi \Phi + \frac{1}{2} \Psi^2 \Phi \right) \\ + \int \left(\frac{1}{2} \Phi Q_c \Phi + \frac{1}{3!} \Phi^3 \right)$$

× タキオン真空解

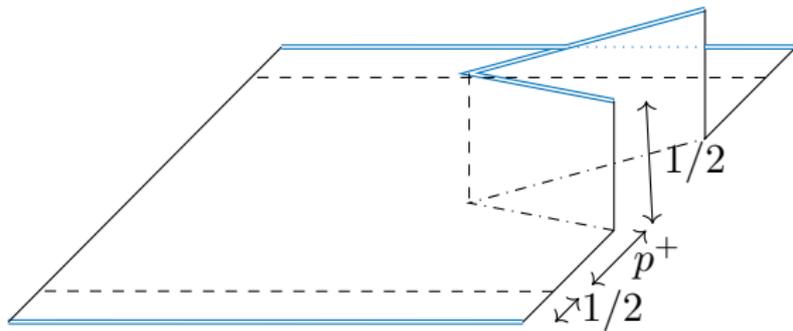
○ 開弦-閉弦相互作用

Kaku vertex

(M.Kaku '88)



$$p^+ = 0$$



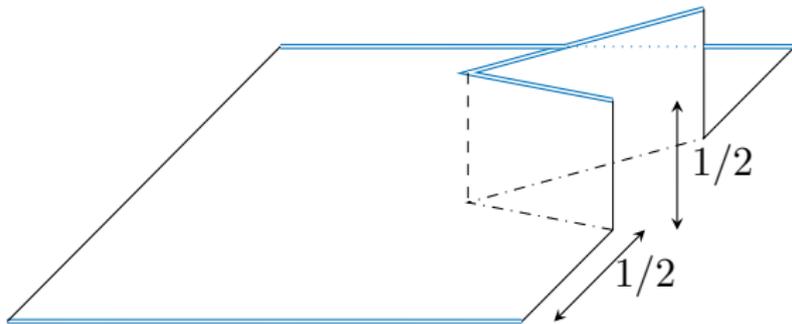
$$\text{弦の長さ} : \text{弦の張り合わせの領域} = p^+ + 1 : \frac{1}{2}$$

Kaku vertex

(M.Kaku '88)

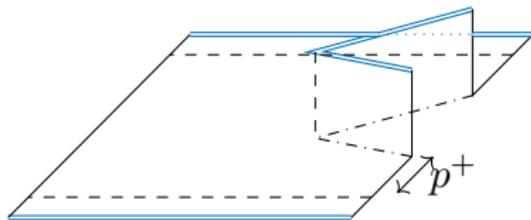
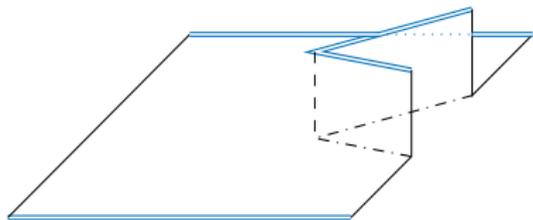


$$p^+ = 0$$



弦の長さ : 弦の張り合わせの領域 = $1 : \frac{1}{2}$

Kaku 理論のタキオン真空解



$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 \right)$$

作用, 相互作用は別物

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 + \frac{1}{4} \Psi^4 \right)$$

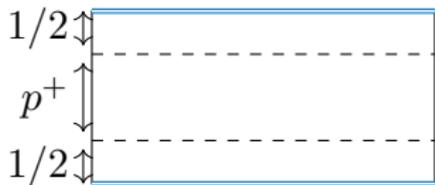
$$\text{e.o.m. : } (Q_o \Psi + \Psi^2) \Big|_{p^+=0} = 0$$

$p^+ = 0$ の弦に対しては運動方程式は全く同じ

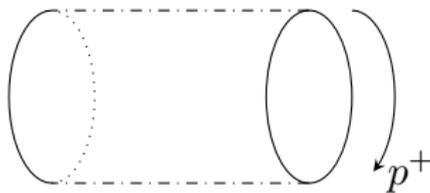
⇒ 運動量を持たないタキオン真空解は

Kaku vertex で作った理論でも解になる.

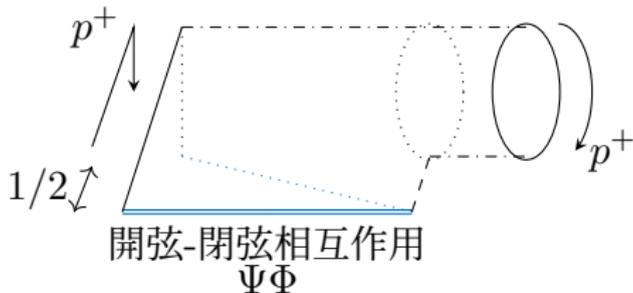
Kaku 理論の開弦-閉弦 vertex



開弦 propagator



閉弦 propagator

開弦-閉弦相互作用
 $\Psi\Phi$

$$S = \int \left(\frac{1}{2} \Psi Q_o \Psi + \frac{1}{3} \Psi^3 + \frac{1}{4} \Psi^4 + \Psi\Phi + \frac{1}{2} \Psi\Phi^2 + \frac{1}{2} \Phi Q_c \Phi + \frac{1}{3!} \Phi^3 \right)$$

摂動的な結果と矛盾しない開弦-閉弦場の理論を構成した.

まとめと課題

まとめ

- 弦の場の理論でタキオン真空解を構成し、閉弦の散乱振幅を計算したい。
- Kaku 理論でタキオン真空解を見つけた。
- 摂動的な結果と矛盾しないよう Kaku vertex を使って開弦-閉弦場の理論を作った。

課題

- 実際に振幅を計算すると何が見えるのか?
- ボソンしか含まない理論で開弦-閉弦の理論を構成した。
フェルミオンを含む超弦の場の理論への拡張はどうなるのか?

参考文献 I

- [1] E. Witten, “Noncommutative Geometry and String Field Theory” ,
[Nucl.Phys.B 268 \(1986\) 253-294](#), [\[iNSPIRE\]](#).[\[iNSPIRE\]](#).
- [2] T. Kugo, B. Zwiebach, “Target space duality as a symmetry of string field theory” ,
[Prog.Theor.Phys. 87 \(1992\) 801-860](#), [arXiv:hep-th/9201040](#),
[\[iNSPIRE\]](#).
- [3] M. Kaku, “WHY ARE THERE TWO BRST STRING FIELD THEORIES?” ,
[Phys.Lett.B 200 \(1988\) 22-30](#), [\[iNSPIRE\]](#).
- [4] Y. Ando, “The classical solutions with $k_- = 0$ in Kaku theory” ,
[PTEP 2023 \(2023\) 063](#), [arXiv:2302.03928 \[hep-th\]](#), [\[iNSPIRE\]](#).