平面波背景における回転 BPS M5-ブレーン

arXiv:2506.03708 [hep-th]

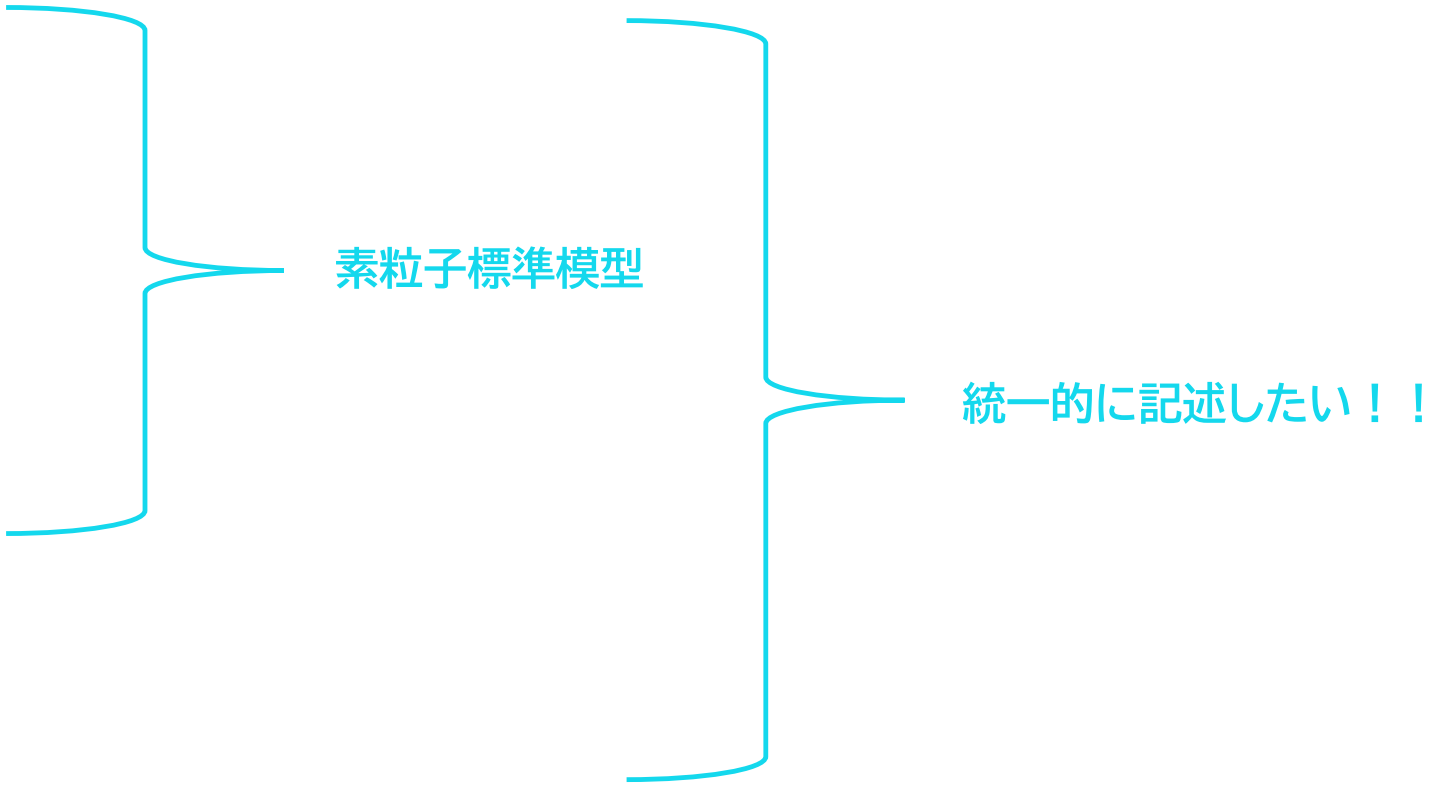
2025/7/8 第1回宇宙史研究センター構成員会議・成果報告＆交流会

筑波大学素粒子論研究室：D3 吉田悠人

共同研究者：伊敷吾郎　浅野侑磨

はじめに‥ ４つの基本相互作用

- 強い相互作用
- 電磁相互作用
- 弱い相互作用
- 重力相互作用



はじめに‥ 超弦理論の性質

超弦理論とは‥　素粒子の基本要素とされる「点粒子」を「弦(ひも)」に拡張した理論のこと

弦の振動モードによって
様々な素粒子を記述できる。

弦の形によって
4つの相互作用を分類できる。

・強い相互作用
・弱い相互作用
・電磁相互作用

・重力相互作用

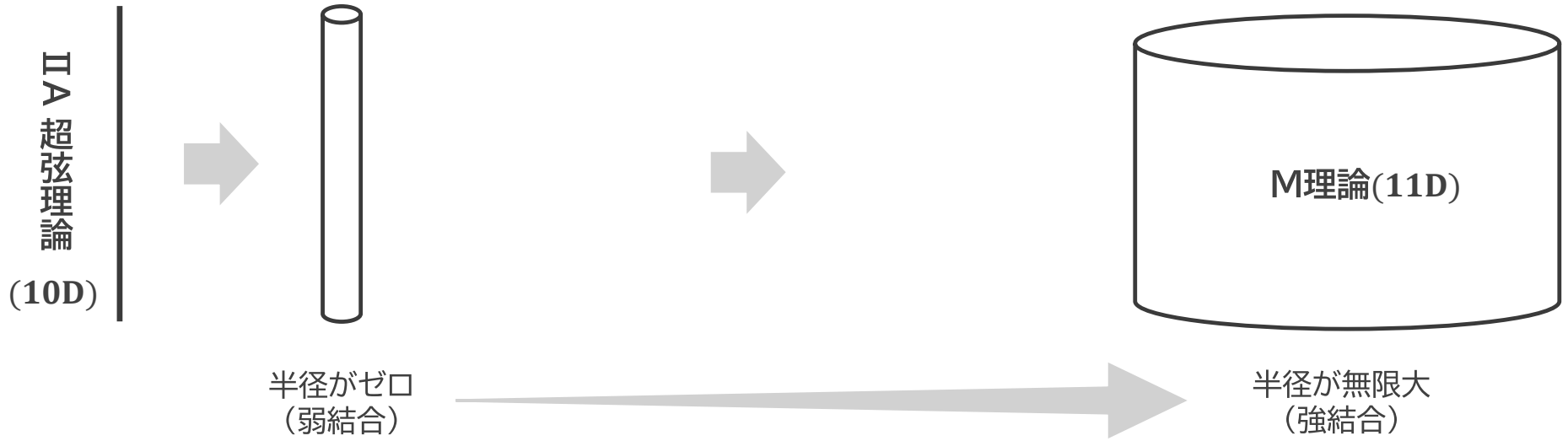
点粒子(0D)

弦(1D)

はじめに‥ 超弦理論の問題点

超弦理論は「摂動的」な状況でしか定義されていない。

はじめに‥　非摂動側面「強結合極限」と本テーマ M5-ブレーンについて



ⅡA超弦理論の構成要素

弦(1D)

D-ブレーン

M理論の構成要素

M2-ブレーン(2D)

M5-ブレーン(5D)

はじめに‥ BPS条件とM5-ブレーンの回転について

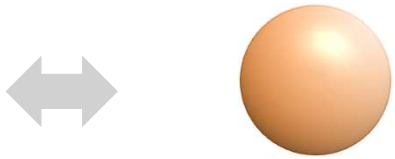
BPS条件とは‥　超対称性（ボソンとフェルミオンを入れ替える対称性）を部分的に保存する条件のこと

・M5-ブレーン1枚のときのBPS条件

$$0 = (\text{ハミルトニアン}) \pm (\text{角運動量})$$

・自明なBPS条件（既知）

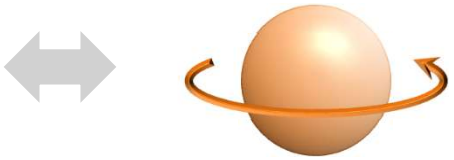
$$0 = H$$



球面M5-ブレーン

・非自明なBPS条件（本発表テーマ）

$$0 = H + \frac{\mu\eta_1}{3} M_{12} + \frac{\mu\eta_4}{6} M_{45} + \frac{\mu\eta_6}{6} M_{67} + \frac{\mu\eta_8}{6} M_{89}$$



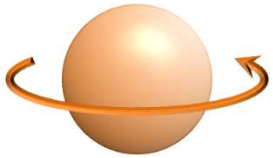
回転しそう！！！！

$$\eta_1, \eta_4, \eta_6, \eta_8 = \pm 1$$

発表の流れ

- 球面M5-ブレーン（自明なBPS条件）

- 回転M5-ブレーン（非自明なBPS条件）



- 結論と展望

・球面M5-ブレーン（自明なBPS条件）

自明なBPS条件

$$0 = H = \frac{1}{2}\int d^5\sigma \left(P^A P_A + \frac{\mu^2}{9} X^i X_i + \frac{1}{5!} \sum_{(A_1,\cdots,A_5) \neq (a_1,\cdots,a_5)} \{X^{A_2},\cdots,X^{A_6}\}^2 \right.$$
$$\left. + \left(X_{a_1} - \frac{1}{5!}\frac{6}{\mu} \varepsilon_{a_1\cdots a_6} \{X^{a_2},\cdots,X^{a_6}\} \right)^2 \right)$$

$A = 1,\cdots,9$

$i = 1,2,3$

$a = 4,\cdots,9$

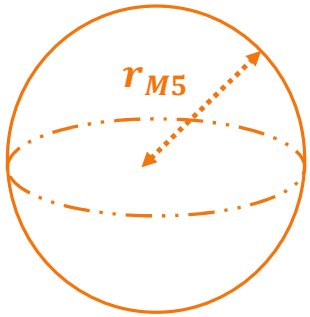
$$\{X^{a_2},\cdots,X^{a_6}\} = \epsilon_{\alpha_1\cdots\alpha_5} \frac{\partial X^{a_2}}{\partial \sigma^{\alpha_1}} \cdots \frac{\partial X^{a_6}}{\partial \sigma^{\alpha_5}}$$

BPS解

$$P_A = 0 \qquad X_i = 0 \qquad X_a = r_{\mathrm{M5}}\, x_a \qquad r_{M5} = \left(\frac{\mu}{6}\right)^{1/4}$$

$x^4,\cdots,x^9$：5次元単位球面の座標　$\{x^{a_2},\cdots,x^{a_6}\} = \varepsilon^{a_1\cdots a_6} x_{a_1}$　$x^a x^a = 1$

球面M5-ブレーン



・回転M5-ブレーン（非自明なBPS条件）

非自明なBPS条件

$$0 = H + \frac{\mu\eta_1}{3} M_{12} + \frac{\mu\eta_4}{6} M_{45} + \frac{\mu\eta_6}{6} M_{67} + \frac{\mu\eta_8}{6} M_{89}$$

$$= \int d^5\sigma \left(\left(P^1 - \frac{\mu\eta_1}{3} X^2 - \eta_4 N_{16789} - \eta_6 N_{14589} - \eta_8 N_{14567} \right)^2 \right.$$

$$+ \left(P^2 + \frac{\mu\eta_1}{3} X^1 - \eta_4 N_{26789} - \eta_6 N_{24589} - \eta_8 N_{24567} \right)^2 + \frac{\mu^2}{9} X^3 X_3 + \left(P^3 + \cdots \right)^2$$

$$\left. + \left(P^4 - \frac{\mu\eta_4}{6} X^5 + \cdots \right)^2 + \left(P^5 + \frac{\mu\eta_4}{6} X^4 + \cdots \right)^2 + (\cdots)^2 + \cdots \right)$$

$$M_{45} = \int d^5\sigma \left(X^4 P^5 - X^5 P^4 \right) \qquad N_{A_1 \cdots A_5} = \{ X^{A_1}, \cdots, X^{A_5} \} \qquad \eta_1, \eta_4, \eta_6, \eta_8 = \pm 1$$

・回転M5-ブレーン（非自明なBPS条件）

解析を簡単化するための仮定

$$\begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \end{pmatrix} = \hat{R}_4 \begin{pmatrix} x^4 \\ x^5 \end{pmatrix} + \hat{R}_6 \begin{pmatrix} x^6 \\ x^7 \end{pmatrix} + \hat{R}_8 \begin{pmatrix} x^8 \\ x^9 \end{pmatrix} \qquad X^3 = 0$$

$x^4, \cdots, x^9$：5次元単位球面の座標

$$\begin{pmatrix} X^4 \\ X^5 \end{pmatrix} = R_4 \begin{pmatrix} x^4 \\ x^5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X^6 \\ X^7 \end{pmatrix} = R_6 \begin{pmatrix} x^6 \\ x^7 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X^8 \\ X^9 \end{pmatrix} = R_8 \begin{pmatrix} x^8 \\ x^9 \end{pmatrix}$$

$\hat{R}_a(t), R_a(t)$：2×2 行列

BPS解

$$\hat{R}_4(t) = \Lambda(-\hat{\alpha}_4 t)\, \hat{R}_4(0)\, \Lambda(\hat{\beta}_4 t)$$

$$R_4(t) = \Lambda(-\alpha_4 t)\, R_4(0)\, \Lambda(\beta_4 t)$$

$$\Lambda(\omega t) = \begin{pmatrix} \cos\omega t & -\sin\omega t \\ \sin\omega t & \cos\omega t \end{pmatrix}$$：2×2 回転行列

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{\mu \eta_1}{3}$$

$$\alpha_4 = \frac{\mu \eta_4}{6}$$

$\hat{\beta}_4, \beta_4$ は $\det R_4, \det R_6, \det R_8$ で与えられる。

$\hat{R}_6, \hat{R}_8, R_6, R_8$ も同様

・回転M5-ブレーン（非自明なBPS条件）

非自明なBPS解の具体例（$M_{12}=0, M_{67}=0, M_{89}=0$ の場合）

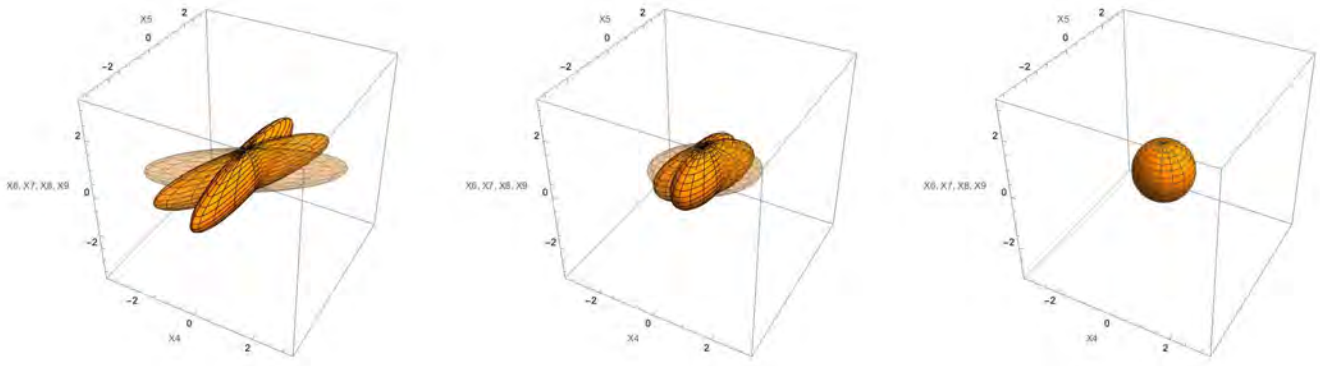
$$X^i = 0 \ \ (i=1,2,3) \qquad \begin{pmatrix} X^6 \\ X^7 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} x^4 \\ x^5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X^8 \\ X^9 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} x^8 \\ x^9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X^4 \\ X^5 \end{pmatrix} = \frac{r_{M5}^4}{\sqrt{2} r^3} \Lambda\left(-\frac{\mu \eta_4}{6} t\right) \left[\left(1 + \frac{r^4}{r_{M5}^4}\right)^{1/2} I \pm \left(1 - \frac{r^4}{r_{M5}^4}\right)^{1/2} \sigma^3 \right] \Lambda\left(\frac{\mu \eta_4}{6} \frac{r^4}{r_{M5}^4} t\right) \begin{pmatrix} x^4 \\ x^5 \end{pmatrix}$$

r：任意パラメータ $(0 < r \leq r_{M5})$

I：単位行列

$\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3$：パウリ行列



$r^4 = \frac{1}{3} r_{M5}^4$ → $r^4 = \frac{2}{3} r_{M5}^4$ → $r^4 = r_{M5}^4$

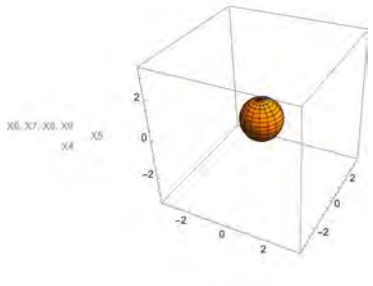
・結論と展望、なぜBPS条件に注目したか

M理論

行列模型

（M理論の非摂動定式化、複数枚にも対応可能）

球面M5-ブレーン（自明なBPS解）



$$\begin{pmatrix} X^a \\ X^{a+1} \end{pmatrix} = r_{M5} I \begin{pmatrix} x^a \\ x^{a+1} \end{pmatrix}$$

$$a = (4,6,8)$$

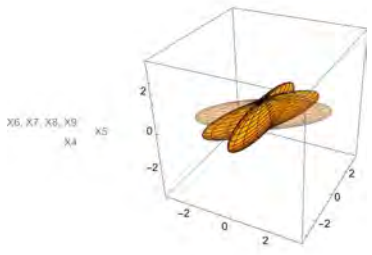
⇔

行列の固有値分布

（1/4 BPS 演算子の期待値に対し適切な極限をとり、得られた有効作用の鞍点を考える。）

[Maldacena, Sheikh-Jabbari, Raamsdonk(2007)]
[Asano, Ishiki, Shmasaki, Terashima(2017)]

回転M5-ブレーン（非自明なBPS解）



$$\begin{pmatrix} X^a \\ X^{a+1} \end{pmatrix} = R_a \begin{pmatrix} x^a \\ x^{a+1} \end{pmatrix}$$

⇔

？